土木学会論文集A1（構造・地震工学），Vol. 69, No. 3, 516-526, 2013.

連行荷重を受ける構造物の加速度計測による変位推定方法

杉崎　光一[1]・阿部　雅人[2]・鈴木　修[3]

[1]正会員　株式会社 BMC（〒261-7125 千葉市美浜区中瀬 2-6-1 WBG マリブウエスト 25 階）
E-mail: sugisaki@hashimori.jp

[2]正会員　株式会社 BMC 主幹研究員（〒261-7125 千葉市美浜区中瀬 2-6-1 WBG マリブウエスト 25 階）
E-mail: masato@hashimori.jp

[3]正会員　JR 東日本防災研究所（〒331-8513 埼玉県さいたま市北区日進町二丁目 479 番地）
E-mail: osamu-suzuki@jreast.co.jp

構造物の変位応答は性能を知る上でよく利用されているが，計測には固定点が必要なため，道路や河川上では利用が困難である．著者らは，不規則振動理論を用いて，慣性計測である加速度応答から，微積分によらずに代数的に，変位応答の統計値を導出する方法を提案している．その方法では，高振動数成分を多く含まない地震応答や，風荷重や常時微動といったランダム応答が対象である．それに対して，列車荷重等の連行する荷重を対象とした場合は，静的な載荷によるものと，走行することによって生じる動的な振動が混在するため，構造物固有の振動特性だけでなく，周期的な外力の特性を考慮する必要がある．本研究では，列車荷重の特性を考慮し，加速度応答から最大変位を推定する方法の基礎理論を提案し，シミュレーションや実測結果から有効性を示した．

Key Words : *inertial sensing, accelerometer, passing-train load, health monitoring*

1. はじめに

構造物の維持管理において，外力に対する応答を計測することは，性能を知る上で大変重要である[1]．特に変位応答は，活荷重に対する評価ができるため，供用中の構造物の性能を知る上でよく利用されている．例えば鉄道構造物を対象とすれば，列車荷重に対する応答は，耐荷性能や走行安全性能の評価に利用され，評価基準となる閾値は変位制限として基準化されている[2-5]．しかし，既存の変位計測方法は，固定点を必要とする．例えば橋桁のたわみの計測では，桁下を占有するものであり，道路や河川上では利用が困難である．このため非接触で計測を行う方法の実用化が進んでいるが，設置環境を選ぶことや長期モニタリングの適用には課題がある．設置の容易性や長期モニタリング用途を考えた場合，センサは設置しやすい慣性センサで，指標はわかりやすい変位応答を利用するという，ニーズとシーズを結び付ける解決策が期待されている[6]．このため加速度応答から変位応答を求めようとする研究が広く行われている[7,8]．

加速度応答から変位を推定する場合，2階積分を用いる方法が考えられるが，雑音や誤差によって推定値の信頼精度が大きく低下することが指摘されている[9,10]．特に低振動数の雑音は加速度センサの原理上大きくなることが知られている[11]．これに対して，不規則振動理論を用いて，加速度波形から，微積分によらずに代数的に，変位応答の統計値を導出する方法が検討されている[12,13]．この方法では，地震荷重といった高振動数成分を多く含まない応答や，風荷重や常時微動といったランダムな外力を利用しているところに特徴がある．しかし，連行する荷重を対象とした場合は，静的な載荷によるものと，走行することによって生じる動的な振動が混在するため[14-20]，構造物固有の振動特性だけでなく，周期的な外力の特性を考慮する必要がある．連行荷重による変位応答を推定できれば，常時微動等の外力と比較して応答が大きいことや，自然発生的な外力に対して，同時刻に同程度の荷重が定期的にかかるという利点があり，モニタリング等を行う上では有効である[21]．

そこで本研究では，列車荷重の特性を考慮し，加速度応答から最大変位を推定する方法を提案する．以下に本論稿の構成を述べる．2.では，構造物の性能評価において変位指標が利用されてきた経緯を整理し，その有効性を指摘する．また本論稿で提案する加速度計測による変

表-1　設計や維持管理における性能評価指標

構造物	性能項目	照査指標の例	照査方法・基準等
鋼構造	走行安全性	変位・変形	たわみ制限
		加速度（横揺れ）	
	耐荷性	固有振動数	設計値との比較
		応力測定	保守限応力
		材質の調査	火花・硬度
	耐疲労性	応力測定	継手等級，実応力
コンクリート構造	破壊	力，変位・変形	（実態に合わせた）安全係数の設定
	疲労破壊	応力度，力	実応力
	走行安全性	変位・変形，固有振動数	変位制限，車両動揺
	公衆安全性	中性化・塩化物	材料試験
基礎土構造	安定	沈下，傾斜，変位・変形（動的，静的）等	固有振動数，変位，傾斜計測
	破壊		
	走行安全		
	公衆安全		

位推定方法の必要性を明らかにするため，既存の変位計測方法の課題を整理する．3.では，無限に連なる連行荷重に対する変位応答の基礎理論を構築する．4. では，シミュレーションにより変位推定の手順を整理し，手法の特性を明らかにする．5. では実際に得られた加速度応答に手法を適用し，同時に計測した変位応答との比較により本手法の検証を行う．6. で結論を述べる．

2. 鉄道構造物の性能評価における変位指標

鉄道構造物の維持管理において，性能を評価することで構造物の状態を把握する方法が標準化されている[2)5)]．特に**表-1**に示すように，変位指標は，設計における照査や，既設構造物の性能評価において，構造物が持つ保有性能をよく表し，かつ要求性能が明確であるため，重要な指標として位置付けられている．本章では，各種構造物における変位指標による性能評価について整理を行い，変位指標の有効性を検討する．

(1) 鋼構造・コンクリート構造

構造物の検査において計測機器が導入された経緯については，文献22)，23)に詳しいが，検査指標としての変位による定量化は多く利用されてきた[24)]．橋梁の設計においては，許容応力により断面等を決めているため，応力により性能の管理が行われているといえる．しかし，既設構造物の維持管理においては，測定可能な応力（ひずみ）は活荷重によるものであり，応力は検査者にとって眼に見えないものであり，軌道や列車への影響も明瞭ではない．それに対して，変位を指標として構造物の管理を行う利点は以下のように挙げられる．

・検査者にとって直感的に理解しやすい指標であること
・軌道や列車への影響が明瞭であり，また，構造物の性能にも直結していること
・設計におけるたわみ制限等，活荷重による評価が可能であること

また，変位が既設構造物の性能をよく表すことは，たわみ制限の制定経緯からも推察される．

たわみ制限は，昭和 15 年の示方書見直しにおいて，プレートガーダーで $L/800$，トラスでは $L/1000$ という規定が導入されている．コンクリート桁では PC 桁などの増加や鉄筋疲労への配慮等もあり，平成 4 年の設計標準において，鋼橋と同様の基準が採用された．文献25)では，たわみ制限の導入に際して以下のような説明がされている．

『たわみが余り大であると比較的低速度の列車速度に対しても共鳴振動を生じ易くなる事及び一般に桁の剛性が少なくなり列車の運行上望ましくないので，明確なその危険限度を理論的に証明する事は困難であるが「たわみ／スパン」の比が一定値を超過しない限度を設ける』

ここで「剛性」との記載もあるとおり，たわみ制限を満たしておけば，疲労や二次応力に関しても性能を維持できると考えられていたことが推察される．また，走行列車においては不明確な衝撃があることなど，たわみ制限は様々な理由から導入されていると考えられる．

また，変位指標は，ラーメン高架橋における強震後の補修箇所の確認として，試運転列車による横梁の沈下量を計測して基準値との比較から評価する方法が利用されている[26)27)]．さらに変位は，損傷を把握する上でも検査者にとっては重要な目安となる．列車通過時の橋梁の支点変位（アオリ）がある場合，接合部等に大きな応力が発生し，き裂等の変状が発生する．支点変位は数 mm 程度のオーダーであるが，精緻な計測を行い定量化することで，性能としても評価できる．また，架道橋においては，支点と橋台や橋脚を結んだ破断センサを設置することで，車両の衝突によって桁が落橋する際の大きな変位を検知する方法が実用化されている[28)]．このように小さな変位から大きな変位まで，損傷を把握する上でも変位は重要な指標である．

(2) 基礎・抗土圧構造物

基礎構造物においては，過去の基準において動的変位や振動性状を総合的に判定する振動沈下試験が存在した[29)-32)]．振動沈下試験では，**図-1**のような基準で評価が行われており，構造物の性能を評価する上で，大変わかりやすい．ただし，基準はあくまでも目安であり，適宜専門技術者の判断が介在するものとなっていた[23)]．振動沈下試験においては，動的変位と固有周期の組み合わせにて評価を行うが，現在では，固有周期を算定する方法として，衝撃振動試験が利用されている[33)]．動的変位による評価は，実際の列車に対する評価方法であり，走行安全性能といった性能と直結する．このため，変位計測は，防災的な観点からも，橋脚の洗掘検知や，のり面の変位

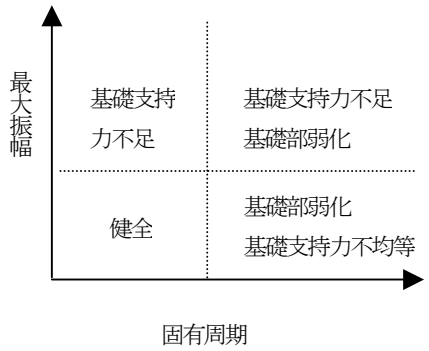

図-1　振動沈下試験における評価

図-2　画像解析による変位計測

を測ることでの異常検知する方法として実用化されている[6]．傾斜角の評価では，軌道の折れ角等から傾斜に対する閾値が定められ，のり面の評価では，2 次クリープや 3 次クリープにおけるひずみ速度から土が破壊する時間の予測が行われていた[34]．

(3)　構造物の変位計測方法

変位計測を行う技術は盛んに開発されてきた．鉄道構造物の変位計測方法として古くから，また現在でも利用されているのがピアノ線を利用した方法である[35]（5.(1)に設置方法の参考図）．この方法は，設置環境が整えば，精度の良い計測結果を得ることができる．しかし問題点として，例えば桁のたわみを計る場合では，固定点は桁下に求められ，このため桁下を占有し，道路や河川上の橋梁では利用が困難となる．この問題を克服するために，**図-2**に示すような，非接触で望遠レンズを利用し，画像処理により変位を計測する方法が実用化された[36)-38)]．また，速度計を利用したドップラー効果による計測やレーザー変位計を利用した計測等も検討され実用化されている[39)-41)]．ただし前述したように，設置環境を選ぶことや長期モニタリング用途のためには，設置が容易な加速度計測といった慣性計測結果を構造物の性能指標となっている変位へ変換する方法の開発が期待されている[6),12),13)]．

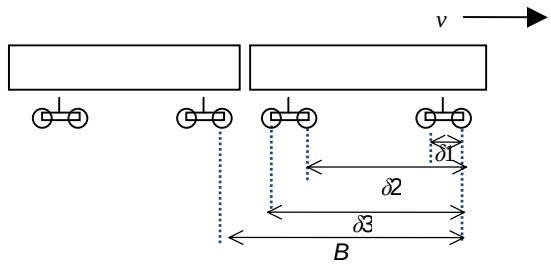

図-3　列車荷重の変数定義

3.　基礎理論

(1)　連行荷重の特性

無限に繰り返し載荷される荷重，例えば**図-3**に示すような電車荷重が，速度 v で載荷された場合の荷重時系列は $^{\forall} j=1,\cdots,J$ において，以下のように表わされる．

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\varphi(t-nD)+\varphi(t-nD-d_1)+\cdots+\varphi(t-nD-d_j)+\cdots+\varphi(t-nD-d_J)\right] \tag{1}$$

ここで，φ は τ_1 から τ_2 における任意関数であり，例えば，影響線等で表わすことが可能である．また，その他の変数は電車荷重を例にすれば，以下のように定義される．

B：車両長さであり時間換算すれば $D=B/v$

δ_1，δ_2，δ_3　は車軸配置であり，時間換算すれば，$d_1=\delta_1/v$，$d_2=\delta_2/v$，$d_3=\delta_3/v$

1 つ目の軸重の時系列は，

$$f_0(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\varphi(t-nD)\right] \tag{2}$$

フーリエ変換すると，

$$\begin{aligned} F_0(\omega)&=\int_{-\infty}^{\infty} f_0 e^{-i\omega t}dt \\ &=\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\varphi(t-nD)\right]e^{-i\omega t}dt \\ &=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{\tau_1}^{\tau_2}\varphi(t)e^{-i\omega(t-nD)}dt \\ &=\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{i\omega nD}\int_{\tau_1}^{\tau_2}\varphi(t)e^{-i\omega t}dt \\ &=\Phi(\omega)\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{i\omega nD} \end{aligned} \tag{3}$$

となる．

それ以降の軸重の時系列は，

$$f_j(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\varphi(t-d_j-nD)\right] \tag{4}$$

であるので，フーリエ変換は以下のように表わされる．

$$\begin{aligned} F_j(\omega)&=\Phi(\omega)\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{i\omega(d_j-nD)} \\ &=\Phi(\omega)e^{i\omega d_j}\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{i\omega nD} \end{aligned} \tag{5}$$

よって，

$$F(\omega)=\Phi(\omega)\left[1+e^{i\omega d_1}+\cdots e^{i\omega d_j}+\cdots+e^{i\omega d_J}\right]\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{i\omega nD} \tag{6}$$

となる．

なお，デルタ関数の複素フーリエ級数展開が

$$\frac{1}{D}\sum_{q=-\infty}^{\infty}\left[\delta\left(\omega-\frac{2q\pi}{D}\right)\right]=\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{i\omega nD} \tag{7}$$

であることから，無限に連行する場合の外力のフーリエ変換はデルタ関数の関数となっている．

(2) 無限連行荷重に対する変位応答

伝達関数を $H(\omega)$とすれば，荷重に対する変位応答は以下の式で表される．

$$X(\omega)=H(\omega)F(\omega) \tag{8}$$

式(6)と式(7)を利用すれば，無限に連行する荷重による変位応答のフーリエスペクトルは

$$\begin{aligned}X(\omega)&=H(\omega)\Phi(\omega)\left[1+e^{i\omega d_1}+\cdots e^{i\omega d_j}+\cdots+e^{i\omega d_J}\right]\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{i\omega nD}\\&=H(\omega)\Phi(\omega)\left[1+e^{i\omega d_1}+\cdots e^{i\omega d_j}+\cdots+e^{i\omega d_J}\right]\frac{1}{D}\sum_{q=-\infty}^{\infty}\left[\delta\left(\omega-\frac{2q\pi}{D}\right)\right]\end{aligned} \tag{9}$$

となり，デルタ関数の特性が，

$$\omega_q=\frac{2q\pi}{D}=\frac{2q\pi v}{B}\quad q=0,1,2,\cdots, \tag{10}$$

で 1 となる関数であることを利用すれば，式(9)は離散的な式でフーリエ逆変換することができ，以下の式で変位に換算することができる．

$$\begin{aligned}x_q(t)&=\int_{-\infty}^{\infty}\Theta(\omega)\frac{1}{D}\sum_{q=-\infty}^{\infty}\left[\delta\left(\omega-\frac{2q\pi}{D}\right)\right]e^{i\omega t}d\omega\\&=\frac{1}{D}\sum_{q=-\infty}^{\infty}\Theta(\omega_q)e^{i\omega_q t}\end{aligned} \tag{11}$$

ここで，

$$\Theta(\omega)=H(\omega)\Phi(\omega)\left[1+e^{i\omega d_1}+\cdots e^{i\omega d_j}+\cdots+e^{i\omega d_J}\right] \tag{12}$$

である．

このように変位応答は卓越振動数ごとに分解でき，それぞれの着目振動数に対して最大変位を以下の式で算出できる．

$$x_q=\max\left|x_q(t)\right| \tag{13}$$

ここで，max は時系列の最大値をとる関数である．よって，卓越振動数 l と m に対する最大変位の比を以下のように算出できる．

$$K_{ml}=\frac{x_l}{x_m} \tag{14}$$

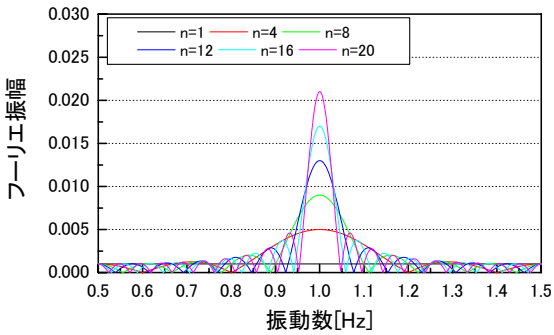

図-4 繰り返し数と式(7)の収束速度

(3) 加速度応答からの変位推定

加速度センサは低振動数の自己ノイズが大きいなど[43]，数値積分による変位算出は難しいことが知られている．このため，特定の卓越振動数に対応する変位と，式(13)の変位比を利用して加速度応答から変位を推定する方法を提案する．

式(7)はデルタ関数の特性から図-4に示すように n が大きくなると 1 に近づいていき，無限大の時に 1 となる．さらに，以下の式が成り立つため[42]，

$$\int_{-\pi}^{\pi}\sum_{k=-n}^{n}e^{i\omega nD}d\omega=1 \tag{15}$$

積分区間を決めれば n の大きさに関わらず 1 になる．つまり，着目振動数を ω_q とすれば，$\omega_q/2$～$3\omega_q/2$ の範囲を積分することで，1 となる性質がある．

そこで，加速度応答 $\ddot{x}$ が得られ，そのフーリエ変換を $A(\omega)$ とすれば，m 番目の卓越振動数 ω_m に対して，以下のように $\omega_m/2$～$3\omega_m/2$ の範囲を抽出する．

$$\hat{A}(\omega_m)=\sum_{i=-b}^{b}\left|A(\omega_m+i\Delta\omega)\right|\Delta\omega \tag{16}$$

ここで，bは以下の式で決まる．

$$b=\frac{\omega_m}{2\Delta\omega} \tag{17}$$

変位と加速度の関係を考えれば，

$$\hat{X}(\omega_m)=\frac{\sum_{i=-b}^{b}A(\omega_m+i\Delta\omega)}{(\omega_m+i\Delta\omega)^2}\Delta\omega \tag{18}$$

で変位に換算でき，フーリエ逆変換を行えば変位時系列 $x_m(t)$を算出することができる．

式(13)，式(14)を利用して以下のように x_l を

$$x_l=K_{ml}\max\left(\left|x_m(t)\right|\right) \tag{19}$$

で求めることができる．

4. シミュレーション検討

本章では，$\Phi(\omega)$に単純梁のたわみの影響線関数を適用して 3.で示した手法に適用し，1 自由度系のシミュレーシ

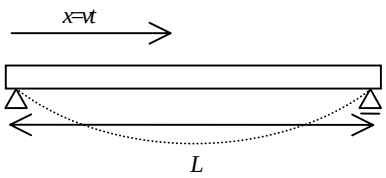

図-5　単純梁と変数定義

ョンを行い手法の特性を検討する．

(1)　単純梁の影響線関数

$\Phi(\omega)$の関数形を決めるために，図-5に示すような支間 L の単純梁を想定し，単位荷重が桁を通過する場合の支間中央($L/2$)の曲げモーメントに対する影響線関数を利用する．荷重の載荷時間 $\tau_1=0$，$\tau_2=L/v$ となるので，

$$\varphi(x)=\begin{cases} k\dfrac{P}{48EI}(x)\left(3L^2-4x^2\right) \\ 0<x<\dfrac{L}{2} \\ k\dfrac{P}{48EI}(L-x)\left(3L^2-4(L-x)^2\right) \\ \dfrac{L}{2}<x<L \end{cases} \tag{20}$$

である．

ここで，E：弾性係数，I：断面２次モーメントである．

ここで，$k=EI\dfrac{L}{2}\left(\dfrac{\pi}{L}\right)^4$，$x=vt$ であることに注意すると，

$$\varphi(x)=\begin{cases} \dfrac{L}{96}\left(\dfrac{\pi}{L}\right)^4(vt)\left(3L^2-4(vt)^2\right) \\ 0<t<\dfrac{L}{2v} \\ \dfrac{L}{96}\left(\dfrac{\pi}{L}\right)^4(L-vt)\left(3L^2-4(L-vt)^2\right) \\ \dfrac{L}{2v}<t<\dfrac{L}{v} \end{cases} \tag{21}$$

となる．フーリエ変換は以下のようになる，

$$\begin{aligned} \Phi(\omega)&=\frac{L}{96}\left(\frac{\pi}{L}\right)^4\left[\int_0^{L/2v}\left(3L^2-4(vt)^2\right)e^{-i\omega t}dt\right. \\ &\left.+\int_{L/2v}^{L/v}(L-vt)\left(3L^2-4(L-vt)^2\right)e^{-i\omega t}dt\right] \\ &=\frac{L}{96}\left(\frac{\pi}{L}\right)^4\left[\frac{48v^3}{\omega^4}e^{-i\omega L/2v}-\frac{3v\omega^2L^2+24v^3}{\omega^4}\right. \\ &\left.-\frac{3v\omega^2L^2+24v^3}{\omega^4}e^{-i\omega L/v}\right] \end{aligned} \tag{22}$$

ここで，$\omega\to0$ の時はテーラー展開を利用して

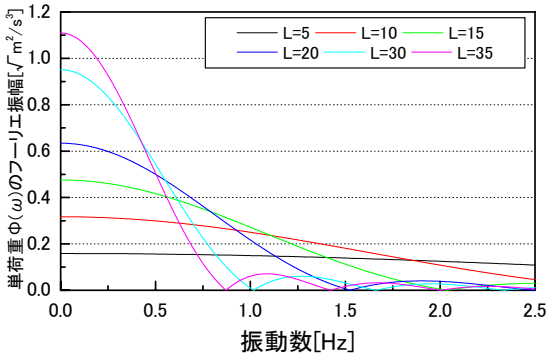

図-6　$\Phi(\omega)$と支間 L の関係（v=72）

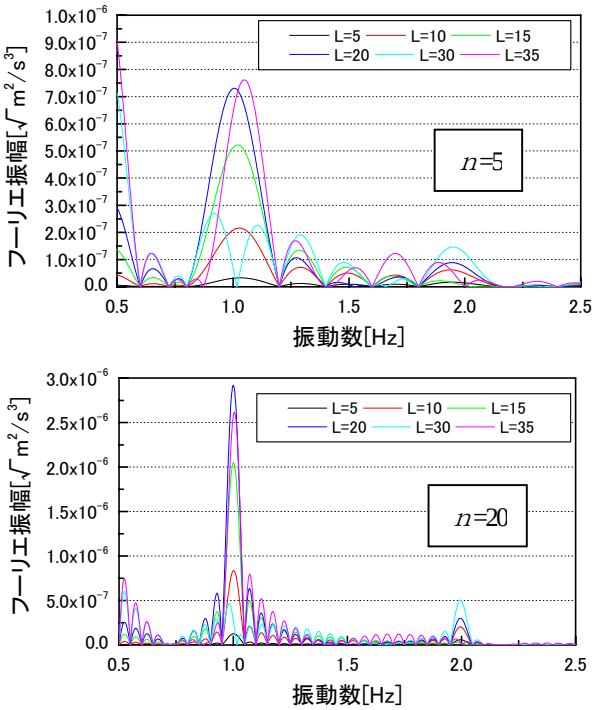

図-7　式(6)と支間 L の関係

$$\Phi(0)\approx\frac{L}{96}\left(\frac{\pi}{L}\right)^4\frac{5L^4}{8v} \tag{23}$$

となる．

式(8)の伝達関数は 1 自由度系を仮定して以下の式を利用する．

$$H(\omega)=\frac{\dfrac{1}{\omega_s^2}}{\left(1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_s}\right)^2+2j\zeta\dfrac{\omega}{\omega_s}\right)} \tag{24}$$

ここで ω_s：固有振動数，ζ：減衰比

(2)　$\Phi(\omega)$の特性

単荷重が動く速度 v と支間 L の関係によって $\Phi(\omega)$の特性が変化する．図-6には速度 v（=72）に固定した場合の $\Phi(\omega)$と L との関係を示したものである．Lによって卓越の位置や節になる位置が動いていく．図-7には繰り返し数

表-2　シミュレーション条件

項目		記号	値	単位
列車荷重	軸重	P	97.265	kN
	軸距離	δ_1	2.1	m
		δ_2	11.7	m
		δ_3	2.1	m
	車両長さ	B	20	m
構造物	E	E	210	GPa

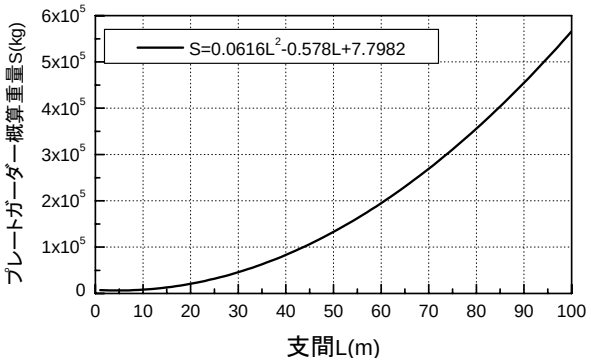

図-8　支間 L と鋼重 S の関係[44]
プレートガーダー（リベット構造）設計荷重 KS-18

n=5，20 の場合の式(6)の値について，支間 L を変化させて特性を見たものである．繰り返すことにより，式(7)のデルタ関数に近づく項は卓越するが，単荷重のスペクトルが節になっている L=30 では卓越していないことがわかる．このため，変位比を算出する際に分母の値が小さくなるため，S/N 比が高くなり精度が下がると考えられる．実際の橋梁においては，支間は決まっており，また運用される列車が決まっているため，支間と車長との関係を適宜確認すればよい．

(3)　シミュレーション結果

a) シミュレーション方法

1 自由度系を仮定したルンゲクッタ法を利用した動的シミュレーションによって，連行荷重が通過した際の変位および加速度応答を求める．列車荷重の特性およびヤング率 E は表-2に示すものを利用する．荷重の移動速度 v や編成数（繰返し数）は uN である．また，その他の構造特性は，支間 L によって固有振動数 ω_s を以下の式で算出し[4]

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi\left(180L^{-1}\right) \tag{25}$$

鋼重 S（$=rL$）を図-8の回帰式を利用して求める[44]．

ここで，r：単位長さ当たり重量

さらに，桁の剛性 k と有効質量 m を以下の式で求め，

$$k = EI\frac{L}{2}\left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \quad m = \frac{1}{2}\frac{rL}{g} \tag{26}$$

ここで，g：重力加速度

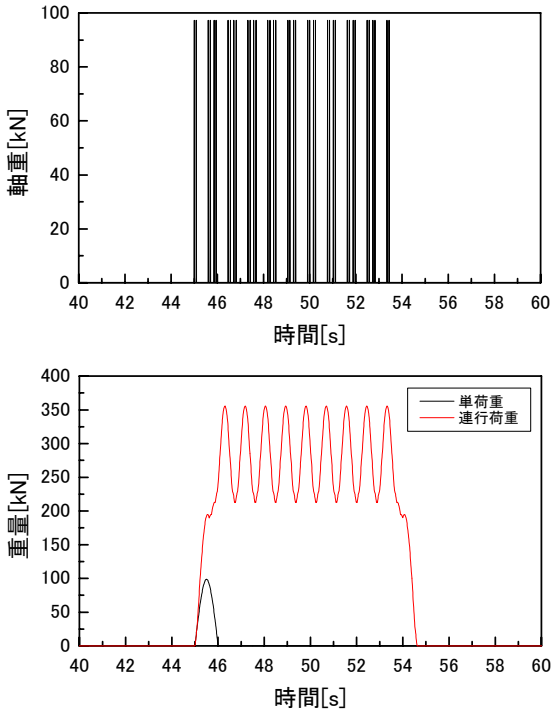

図-9　入力した荷重例[10 両　速度 80km/h]
（上：軸重　下：荷重）

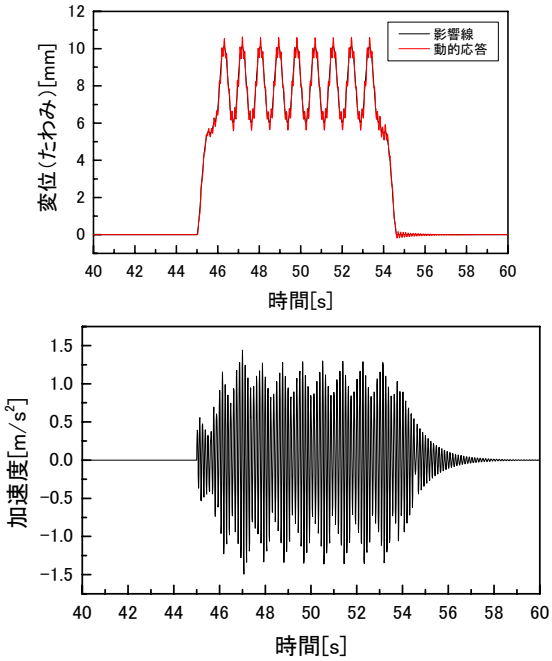

図-10　応答例（10 両　上：変位　下：加速度）

断面 2 次モーメント I を以下の式で算出する．

$$I = \frac{r\omega_s^2}{gE}\left(\frac{L}{\pi}\right)^4 \tag{27}$$

なお，減衰比は 0.02 としている．

例えば，図-3に示した電車荷重が 10 両編成で時速 80km/h で通過した際の軸重および荷重は図-9のようになる．荷重においては，単荷重が通過した場合と連行荷重が通過した場合を示している．また，図-10には変位応答

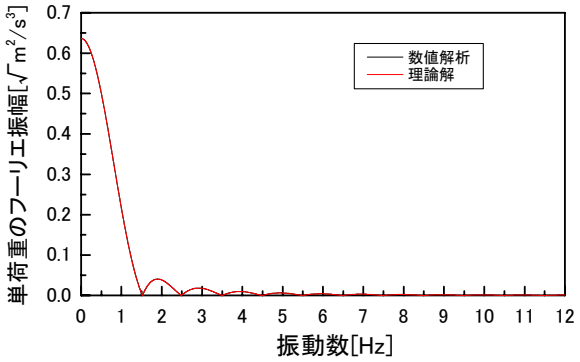

図-11　単荷重のフーリエ振幅

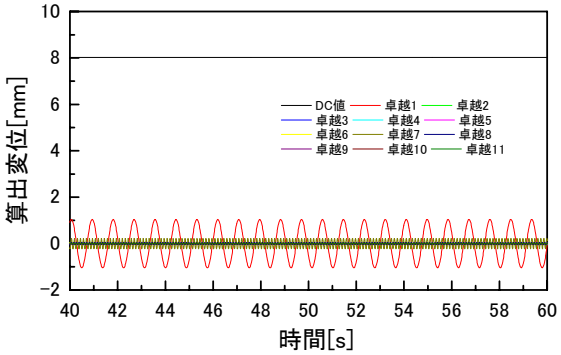

図-12　無限連行した場合の変位

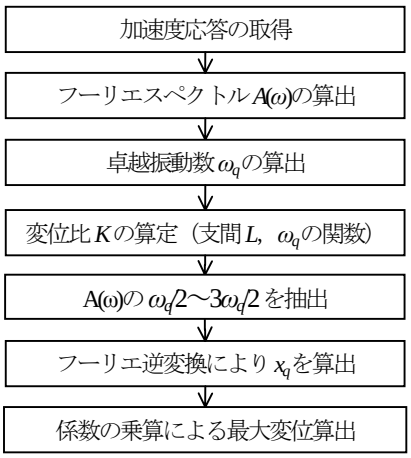

図-13　変位推定フロー

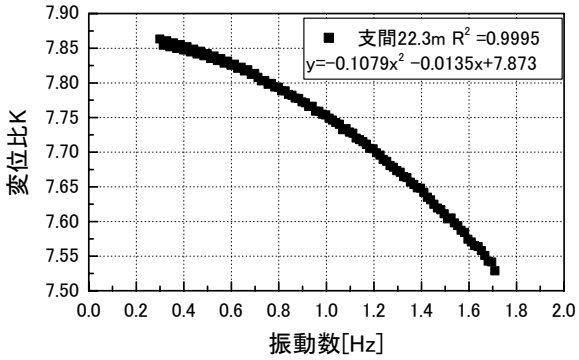

図-14　変位比Kと振動数

と加速度応答を示す．図-11には単荷重のフーリエ変換について示すが，数値解析結果と理論値で同様の値となっている．図-12には式(11)により求めた変位を示している．卓越は$2q\pi/D$，q=0, 1, 2, …の時に生じるので，1つ目の卓越は 1.14Hz となっており，それぞれの卓越振動数における変位の大きさが卓越 1～卓越 11 まで記載されている．構造物の固有振動数は 8.35Hz であり，7 番目の卓越振動数 7.98Hz で共振していることがわかる．

b) シミュレーション結果

シミュレーションにより算出した加速度応答から変位を推定する手順を図-13に示す．本手法では，列車速度，軸距，両数は既知であると考えるため，式(10)における卓越振動数 ω_q は既知である．無限に連行した場合の変位比は，振動数 ω_q に対して，式(11)より，支間 L と固有振動数 ω_s に依存して決まる．支間を固定して DC の変位と卓越 1 の変位比 K_{10} について ω_q との関係を示したものが図-14である．また，支間を変えて K_{10} を算出した結果が図-15である．図-16は，シミュレーションにより求めた変位と本手法を利用した場合の変位推定結果の繰返し数 n との関係であるが，n が増えることで推定変位が推定結果に近づいている様子が見て取れる．n=2,3 など繰返しが少ない場合は，ばらつきがみられる．これは，デルタ関数の収束速度の問題であると考えられる．次に，L と変位推定結果との比較を示したものが図-17である．支間 15~20m 程度でシミュレーションの方が幾分大きくなっているのは，推定方法では定常を仮定していることが あり，シミュレーションではオーバーシュートといった非定常性が影響している．一部の支間で推定変位が大きくなっているのは，図-6，図-7で示したように，単荷重の関数 $\Phi(\omega)$において，フーリエスペクトルが 0 に近くなる振動数が，繰り返しによる卓越振動数 ω_q と重なった場合である．この場合は，変位比がゼロ割により大きくなり，S/N 比が大きくなることで推定変位の精度が落ちる．節にならない卓越振動数における変位比を利用することで影響を減らすことは可能であるが，実データに適用する場合は，車長と支間の関係が既知であり，列車速度はある程度範囲があるため，繰り返しによる卓越振動数と重ならない列車を利用すればよい．また，支間 L が大きくなることで，固有振動数が卓越振動数 1 に近づき共振する場合にも，デルタ関数の収束速度が遅くなるなど注意が必要となる．次に，図-18は，変位の推定結果と速度の関係を示したものである．非定常性の影響がみられるが，概ね一致している．低速においては，シミュレーションにおいて，時

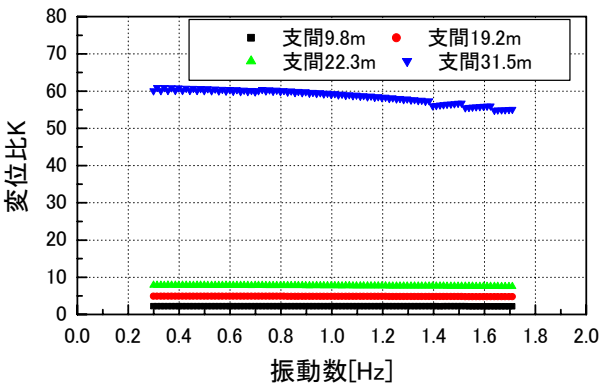

図-15　変位比 K と支間 L

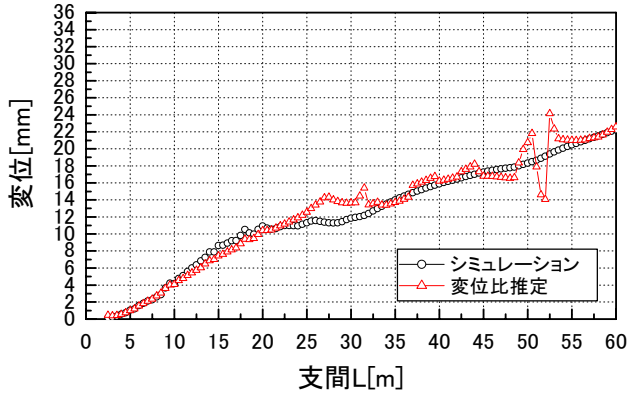

図-17　変位推定結果と支間 L の関係

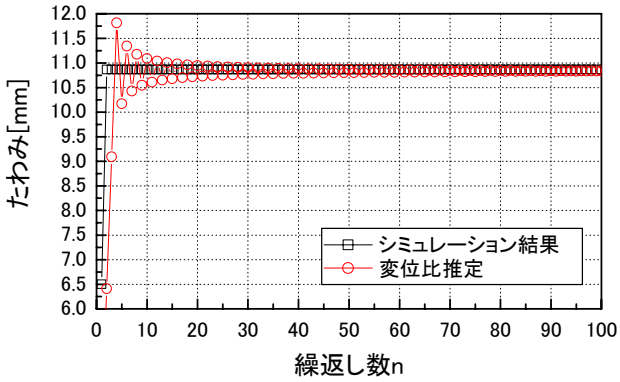

図-16　繰返し数と変位推定結果（L=22）

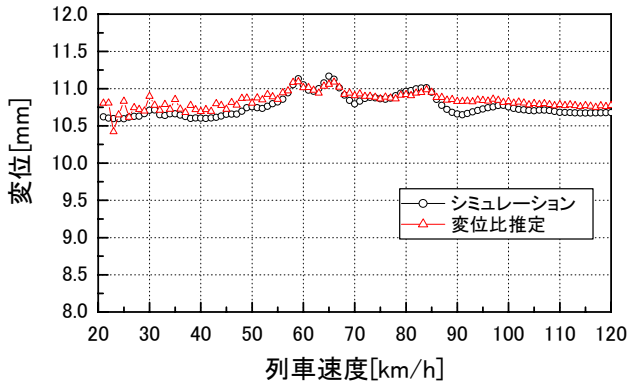

図-18　変位推定結果と速度 v の関係

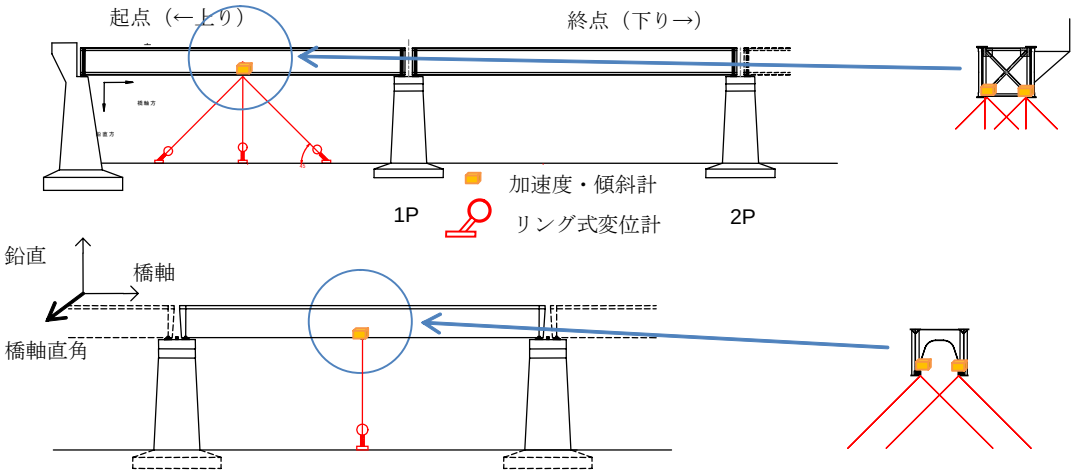

図-19　測定概要図（上：A橋，下：B橋）

間刻みやスペクトルの振動数の刻み（時間の長さ），および繰り返し数の設定には限界があることも誤差への影響があると考えられる．

5.　実橋測定による検証

前章までに提案した手法を実際の計測結果に適用する．適用においては，軸距離や列車速度は既知とし，桁の固有振動数は支間から概算する．加速度応答では，低振動数，特に q=0 である DC 値においてノイズの影響が大きくなり，q=1 のピークが最も特定しやすいことがわかっている．q=1 の振動数 ω_1 は速度が既知であるので特定できるため，図-13に沿って一意に加速度応答から変位応答を算出することができる．

表-3　橋梁諸元

諸元項目	A 橋	B 橋
施工年	1967 年	1967 年
形式	DG	DG
支間	22.3m	19.2m
荷重（編成）	4 両，6 両	2 両，4 両

※車輌の軸配置は表-2と同様である

表-4　加速度センサ性能

項目	性能
加速度分解能	0.2Gal
振動数帯域	DC-20Hz
計測範囲	±200Gal

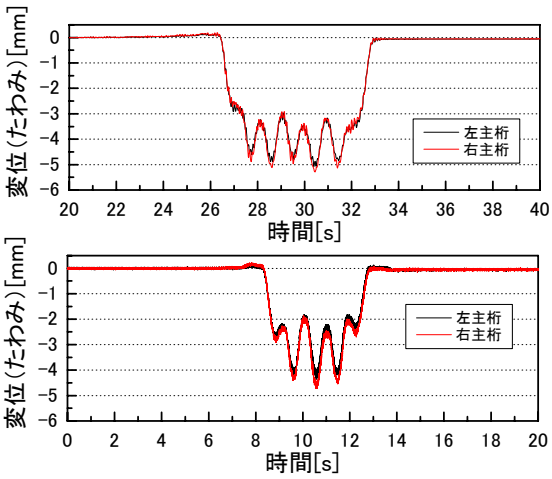

図-20　変位計による応答（上：A 橋，下：B 橋）

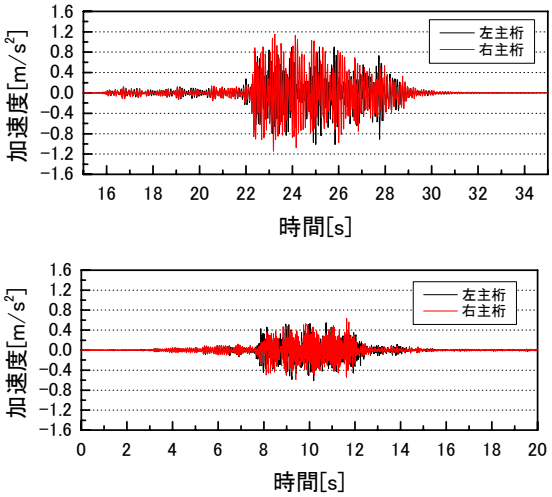

図-21　加速度計による応答（上：A 橋，下：B 橋）

(1)　計測概要

対象橋梁は上路プレートガーダー形式（DG）2 橋である．A 橋は 1967 年に架設された支間 22.3m のリベット構造であり，B 橋は 1967 年に製作された橋梁 8 連から成る支間 19.2m の溶接構造の橋梁である．それぞれの

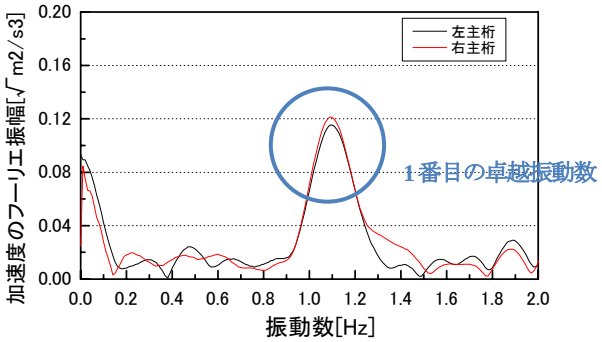

図-22　加速度応答のスペクトル（A 橋，速度 73km/h，6 両）

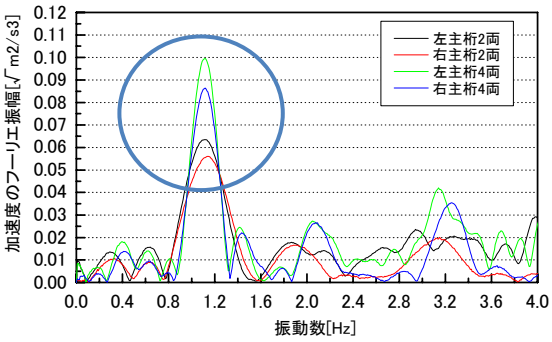

図-23　加速度スペクトルと編成（B 橋）

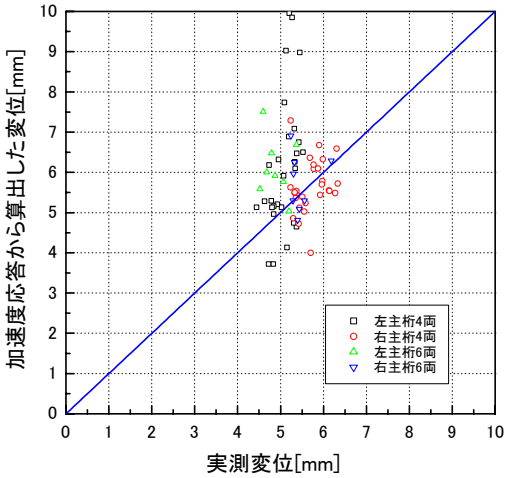

図-24　変位推定結果（A 橋）

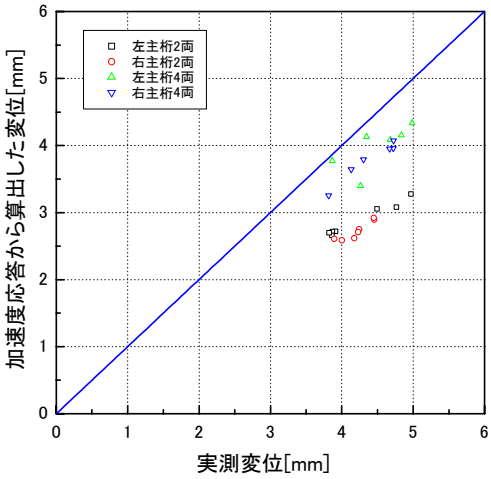

図-25　変位推定結果（B 橋）

橋梁について概要図を**図-19**に，諸元を整理したものを**表-3**に示す．計測は変位計による主桁支間中央のたわみ計測を行い，加速度センサは，同じく支間中央に**表-4**に示す性能の 3 軸加速度センサを設置する．測定対象は電車のみである．列車速度は 30km/h～80km/h でばらつきがある．A 橋は単線，B 橋は複線の上り側である．編成は A 橋は 4 両，6 両，B 橋は 2 両，4 両である．計測した波形例として**図-20**には変位計のたわみ応答，**図-21**には加速度計の応答を示す．

(2) 変位の推定結果

図-22には A 橋に関して加速度応答のスペクトルを示す．1.07Hz 付近に卓越振動数が見られるが，これが繰り返しによる ω_1 である．**図-23**には B 橋において得られた加速度応答のスペクトルを示しているが，編成によりスペクトルの形状が変化していることが見てとれる．この結果はシミュレーション結果と整合的である．すべての列車で変位を推定し，実測値との関係を見た結果が**図-24**，**図-25**である．A 橋脚においては相関関係が低いが，平均値などを取ると概ね良好な推定値と言える．ばらつきは特に左主桁で大きいが，原因として，影響線では支点鉛直変位や可動不良といった支点の影響を考慮していないことが挙げられる．このため，支点の計測を同時に行うことや，支点変位の影響を考慮した影響線関数を利用することによりばらつきを減らすことができる．B 橋脚においては，良好な相関関係が見られる．また，2 両編成で値が小さくなっているのは，シミュレーション結果**図-16**でみられたように，デルタ関数の収束速度の影響によるばらつきが考えられる．その他のばらつきの原因としては，センサ特性等の影響も考えられ，列車通過時の桁のたわみを推定するための加速度センサの性能整理等が必要である[43]．また，モニタリング用途では，長期計測をしてサンプル数を増やすことで，速度や両数などを説明変数として，統計的にばらつきの影響を検討することで，より手法を改善することが可能であろう．

6. 結論

本研究の結論を以下に述べる．

- 連行荷重を受ける構造物の加速度応答から変位を推定するための基礎理論を構築した．
- 基礎理論の検証としてシミュレーションを行った．影響線関数を利用することで，様々な用途で手法を適用できる方法とした．また，シミュレーションの結果から，手法の特性として，支間や車長の変位推定精度への影響を整理した．加速度応答の特定のスペクトル範囲を利用して推定できる等，実際の計測に適用できる実用的な方法とした．
- 実際の橋梁の変位と加速度の同時計測データを利用して，手法の有効性を検証した．

本手法は，無限連行する場合の変位推定理論を構築することで，変位推定パラメータ等の設定がなく，慣性計測結果から変位を推定できる実用的な方法である．また，数値積分と相違して，加速度センサの性能に大きく依存しない方法であることに特徴がある．今後の課題としては，支点の状態を，支点の計測や影響線等で考慮できるような改良が考えられる．また，長期モニタリング用途で活用しデータ収集をすれば，速度や両数を説明変数とした統計分析で変位推定精度を向上することができよう．また，先頭が重い機関車荷重に対する適用や単機荷重等に対しての適用等，繰り返し数が少ない場合の補正方法等も課題として挙げられる．

参考文献

1) 土木学会メインテナンス工学連合小委員会：社会基盤メインテナンス工学，東京大学出版会，2004.3
2) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説－変位制限，丸善，2006.2
3) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物設計標準・同解説－コンクリート構造物，丸善，2004.4
4) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物設計標準・同解説－SI 単位版 (鋼・合成構造物)，丸善，2000.7
5) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等維持管理標準・同解説(構造物編) 鋼・合成構造物，丸善，2007.1
6) 杉崎光一，阿部雅人，輿水聡：構造ヘルスモニタリングのための慣性センシングによる傾斜・振動計測法，土木学会論文集 A1，Vol.68，No.1，pp.216-225，2012.
7) Park, K., Kim, S., Park, H. and Lee, K. : The determination of bridge displacement using measured acceleration, *Engineering Structures*, Vol. 27, Issue 3, pp.371-378, 2005.2
8) Mayrai, G., Hani, N. and Jana, V. : Bridge Displacement Estimates from Measured Acceleration Records, *Journal of the Transportation Research Board*, No.2028, 2007.
9) 大崎順彦：新・地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版会，1994.
10) 長沼昭男：モード解析，培風舘，1985.
11) D. ウォブシャル著，加藤康雄監訳：電子機器の回路設計　センサからディスプレイまでのアナログ，ディジタル技術，マグロウヒルブック，1985.6
12) 阿部雅人，藤野陽三：不規則振動理論を援用した加速度記録からの地震時最大応答変位のリアルタイム推定，土木学会論文集 A，Vol.65，No.1，pp.136-150，2009.
13) 阿部雅人，藤野陽三：不規則外力に対する加速度記録からの最大応答変位推定，土木学会論文集 A，Vol. 66，No. 3，pp.477-490，2010.
14) 大地羊三：鉄道橋の衝撃係数，鉄道技術研究報告，No.370，1963.10
15) Inglis, C. : *A Mathematical Treatise on Vibration in Rail-*

way Bridges, Cambridge University Press, 1934.
16) 松浦章夫：高総鉄道における橋桁動的応答に関する研究，鉄道技術研究報告，No.1074，1978.3
17) 曽我部正道，松本信之，藤野陽三，涌井一，金森真，宮本雅章，吉田一博：共振領域におけるコンクリート鉄道橋の動的設計法に関する研究，土木学会論文集，No.724/I-62，pp.83-102，2003.1
18) 小西一郎，山田善一，篠塚正宣，小堀為雄：橋の衝撃係数に関する確率論的一考察，土木学会論文集，62 号，1959.5
19) 山田善一，小堀為雄：活荷重に対する道路橋の動的応答－衝撃係数－に関する考察，土木学会論文集，148 号，1967.12
20) 川谷充郎，嶋田玲志：桁橋の自動車走行による不規則振動と衝撃係数，土木学会論文集，398 号，1987.10
21) 松岡弘大，貝戸清之，渡辺勉，曽我部正道：走行列車荷重を利用した RC 鉄道高架橋の部材振動の同定と動的挙動の把握，土木学会論文集 A1，Vol.67，No.3，pp.545-564，2011.
22) 鉄道施設技術発達史編纂委員会：鉄道施設技術発達史，日本鉄道施設協会，1994.
23) 日本国有鉄道施設局土木課：土木構造物取替の考え方，日本鉄道施設協会，1974.
24) 橋本香一：鋼鉄道橋の応力および衝撃に関する研究，鉄道技術研究報告，No.713，1970.6
25) 友永和夫：鉄道橋の保守並びに補強法について，昭和 26 年夏期講習会パンフレット[II]，1951.8
26) 安東豊弘：大規模地震における運転規制及び地上点検について，SED，No.22，pp.130-133，2004.5
27) 東日本旅客鉄道：新潟県中越地震震災復旧記録誌，2005.10
28) 伊藤昭夫，佐藤清一，今井勉，相澤文也：東海道線鍛冶橋架道橋トレーラー衝突事故と復旧工事，鉄道力学論文集，No.5，2001.6
29) 堀松和夫：土木構造物の調査試験法，理工図書，1962.3
30) 堀松和夫：鉄道橋梁下部構造の運動性状について，土木学会論文集，第 58 号・別冊，1958.9
31) 野澤太三，森重龍馬：土木構造物の問題点と対策，吉井書店，1987.2
32) 進藤卓，森重龍馬：鉄道構造物の変位，土と基礎，Vol.22，No.12，1974.12
33) 西村昭彦：新しい振動沈下試験，鉄道土木，No.28，1986.11
34) 斎藤迪孝：斜面崩壊発生時期の予知に関する研究，鉄研報告，No.626，1968.2
35) 川村八郎：ピアノ線式たわみ計の動特性試験，鉄研技術研究所速報，No.79，1979.7
36) 岡本陽介，杉崎光一，阿部雅人：画像計測を利用した橋梁の変位計測システムの開発，第 68 回年次学術講演会，2013.9
37) 岡重嘉泰，海老原学，川谷充郎，金哲佑，三谷欣也：家庭用デジタルビデオカメラを用いた継続的な変位計測による橋梁の応答振動特性検討，第 7 回 JCOSSAR，2011.10
38) 髙橋康将，坂本保彦，御崎哲一，内田修，近藤健一，小野徹：デジタルカメラを用いた非接触式たわみ測定手法の開発，第 16 回鉄道工学シンポジウム，2012.7
39) 貝戸清之，阿部雅人，藤野陽三，依田秀則：レーザー常時微動計測手法の構築と構造物の損傷検出への応用，土木学会論文集，No.689/I-57，pp.183-199，2001.10
40) 貝戸清之，阿部雅人，藤野陽三，本村均：実構造物の非接触スキャニング振動計測システムの開発，土木学会論文集，No.693/I-53，pp.173-186，2001.12
41) 上半文昭：構造物診断用非接触振動測定システム「U ドップラー」の開発，鉄道総研報告，Vol. 21，No.12，pp.17-22，2007.12
42) Olver, P. : *Classical Invariant Theory*, Cambridge University Press, 1999.1
43) 杉崎光一，阿部雅人，輿水聡：慣性計測を用いた鉄道橋モニタリングのためのセンサ性能評価，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol.69，No.2，pp.315-328，2013.
44) 橋梁研究会：鋼橋設計資料，技報堂，1965.12

（2013. 1. 28 受付）

DISPLACEMENT ESTIMATION METHOD USING ACCELERATION MEASUREMENT SUBJECTED TO TRAIN LOAD

Koichi SUGISAKI, Masato ABE and Osamu SUZUKI

Displacement has been regarded as the key indicator for health monitoring because it is closely related to running safety of trains and other structural performances of bridges. However, direct measurement of displacement is often difficult and costly because it generally requires fixed reference points. On the other hand, inertia measurements is expected to be applied for practical heath monitoring, because it has capability of wide variety of installation environments. From this point of view, we have developed evaluating methods of displacement based on the acceleration records. Developed method intended to earthquake response which does not contain high frequency components or random response, such as wind load and microtremor. In this paper we extend the method for train load which is necessary to consider not only the characteristics of the specific structure but the characteristics of the periodic external force. Proposes a theoretical basis on how to take into account periodic external force of the load train to estimate the maximum displacement from the acceleration response and verify the effectiveness of the method from the simulation and field test results at actual railway bridges.