土木学会論文報告集
第331号・1983年3月
【論　　文】

純曲げを受ける鉄筋コンクリートスラブの極限解析

LIMIT ANALYSIS FOR REINFORCED CONCRETE SLABS SUBJECTED TO PURE BENDING

見 澤 繁 光*・中 野 修 治**・重 松 恒 美***
By Shigemitsu MISAWA, Shuuzi NAKANO and Tsunemi SHIGEMATSU

1. まえがき

鉄筋コンクリートスラブの極限解析法として，破壊パターンを仮定して仮想仕事法またはつり合い条件法によって終局荷重を求める上界法がある．上界法としては広く用いられている降伏線理論，運動学的許容速度場による塑性ポテンシャル理論がある．一方スラブのすべての点においてつり合い条件と境界条件，そして降伏条件を満足するような終局荷重をみつける下界法がある．下界法としてはストリップ法，静的許容応力場による下界アプローチ法がある．

これらの解析方法は，スラブの形状，支持条件そして載荷方法によって定まる破壊パターンを用いている．これに対して，異方性スラブの鉄筋方向に関していかなる方向に働く2方向作用曲げモーメントにも適用できる降伏条件を，Kemp, K.O.[1] が求めている．また Jain, S.C. と Kennedy, J.B.[2] は Kemp の理論を用い，1方向および2方向曲げを受ける等方性そして異方性スラブの実験を行い，実験結果より Kemp の降伏条件の有効性を支持している．

以上述べた解析方法は，スラブの終局状態のみを考慮した極限解析である．これに対し，ひびわれが生じた曲げを受けるスラブを引張力を受けるシャイベとみなして断面力を求め，これより曲げによる抵抗モーメントを求める方法がある．この方法によれば，ひびわれ発生から鉄筋降伏後の荷重-応力関係を解析できる．この解析方法については Lenschow, R.J. と Sozen, M.A.[3]，そして Baumann, Th.[4] の研究がある．

本論文では，極限解析法として，作用主モーメントによる曲げを受け，破壊パターンが未知で任意の方向にひびわれが生じる場合に適用できる塑性ポテンシャル理論を展開し，終局荷重およびひびわれ方向を求めた．さらに断面の応力状態を考慮する方法として，シャイベ理論を用いて求めた値と比較検討した．普通塑性ポテンシャル理論による極限解析は破壊パターンに対して運動学的許容速度場を考え，エネルギー散逸率と外部仕事率を等しいとおいて上界荷重を求めている[5),6)]．本解析では，Lerner, S. と Prager, W.[7] が剛な完全な塑性板に対して用いたたわみ速度と Kemp の降伏条件を用いて流れ法則より終局荷重とひびわれ方向を求めた．またシャイベ理論としては，Baumann の理論を用いた．Baumann は引張荷重を受けるシャイベを曲げを受けるスラブに転じるとき，モーメントの腕の長さを断面の有効高さの 0.9 倍と仮定し，曲げ圧縮領域の影響によるモーメントの腕の長さの減少を，終局時のコンクリート圧縮ひずみ 0.35% とおいて考慮している．この方法は非常に煩雑である．そこでここでは互いに直交する2鉄筋層を1つの鉄筋層に置き換えてモーメントの腕の長さを求め，作用主モーメント方向の抵抗引張力とコンクリート曲げ圧縮力のつり合いより，抵抗モーメントを用いた．

これら両理論より求めた終局荷重およびひびわれ方向の妥当性を検討するために，互いに直交する鉄筋層をもつ1方向そして2方向スラブの実験を行った．変数は鉄筋量，作用主モーメント方向と鉄筋方向のなす角，さらに2方向曲げの場合作用モーメント比とし，計 25 個の供試体について比較検討を行った．ただし 2 方向曲げは，比較的簡単に実験できる反対符号の主モーメントによる純曲げについて行った．この実験方法によれば，鉄筋コンクリートスラブは直交する方向に正負の作用主モーメントを受け，どちらの場合の曲げに対しても検討することができる．なお，供試体はモルタルで作製した．これは供試体が小さいこと，鉄筋間隔が狭いことおよび正確なひびわれ方向を得るためである．

* 正会員　工博　元愛媛大学教授　工学部土木工学科
** 正会員　呉工業高等専門学校助手　土木工学科
*** 正会員　徳山工業高等専門学校助教授　土木建築工学科

2. 塑性ポテンシャル理論による鉄筋コンクリートスラブの極限解析

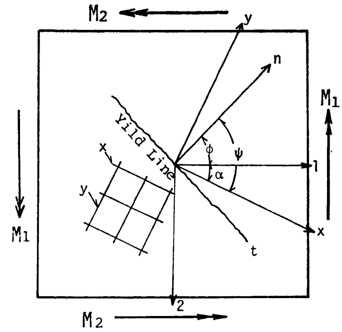
Hopkins, H.G. と Prager, W.[8] は，対称荷重を受ける剛な塑性円板の曲げに関して，Tresca の降伏条件を用い,流れ法則より終局荷重を求めている．また Lerner, S. と Prager, W.[7] は Hopkins と Prager の理論を直接チェックするために，反対符号の2方向曲げを受ける正方形板の実験を行っている．これらの理論は軟鋼に対して用いられている．一方鉄筋コンクリートスラブの場合ほとんどつり合い鉄筋比以下であり，曲げひびわれ発生後鉄筋が荷重を負担し，鉄筋降伏後も降伏線が塑性ヒンジとして動き，大きな変形に耐えることができる．したがって Lerner と Prager が軟鋼の正方形板に対して仮定した理論は，鉄筋コンクリートスラブの場合にも適用できると思われる．

そこで鉄筋コンクリートスラブに，Lerner と Prager が仮定したたわみ速度と，鉄筋方向と任意の傾きをなす作用主モーメントを受ける場合の降伏条件を適用し，流れ法則より終局荷重を求めた．またこの降伏条件式を降伏関数として，塑性ポテンシャル理論よりひびわれ方向を求めた．

(1) 鉄筋コンクリートスラブの降伏条件

鉄筋コンクリートスラブの降伏条件では，降伏線上の鉄筋の方向変化が問題となる．Wood, R.H.[9] は，対角線方向に補強した等方性の1方向スラブそして単純支持の正方スラブの終局荷重が，端に平行に補強したスラブよりも約 15% 小さいことより，鉄筋コンクリートスラブの降伏条件は Square yield criterion と Complete kinking theory の間にあるとしている．しかしながら Wood は，鉄筋コンクリートスラブでは厳密な限界解析は必要ないとして，小さな Step から成る降伏線に鉄筋が直交するとする Stepped yield line theory を用いている．また Kwiecinski, M.W.[10),11] は等方性スラブについて降伏線上の鉄筋の方向変化を考慮し，降伏線に垂直方向の抵抗モーメントは鉄筋の傾きに関係するとする Partial kinking theory を提案している．これに対し Lenchov, R. と Sozen, M.[12]，そして Morley, C. T.[13),14] は，降伏線を横切る鉄筋の方向変化は小さく，抵抗モーメントの増大は無視できるとしている．以下では降伏線上の鉄筋の方向変化は無視し，Stepped yield line theory に従う降伏条件を用いる．

直交する2方向鉄筋 x, y をもつひびが入った鉄筋コンクリートスラブ要素を図—1に示す．この要素は1および2方向にそれぞれ作用主モーメント M_1, M_2 を受けている．ここで，x, y 方向に垂直な断面の単位幅当たりの終局モーメントをそれぞれ M_{px}, M_{py}, x 方向鉄筋は1方向から時計回り（2方向）に測って α，そして降伏線の方向 t の垂線方向 n は1方向から反時計回りに測って ϕ の方向にあるとする．このとき，n-t 軸系の終局モーメント成分は次式となる．



図—1 降伏線の方向

$$\left.\begin{aligned} M_{pn}&=M_{px}\cos^2(\alpha+\phi)+M_{py}\sin^2(\alpha+\phi)\\ M_{pt}&=M_{px}\sin^2(\alpha+\phi)+M_{py}\cos^2(\alpha+\phi)\\ M_{pnt}&=(M_{py}-M_{px})\sin(\alpha+\phi)\cos(\alpha+\phi)\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(1)$$

ここに終局モーメント M_{px}, M_{py} は，ストレスブロックより求まる[15]．また降伏線上の n-t 軸系の作用主モーメント成分は次式となる．

$$\left.\begin{aligned} M_n&=M_1\cos^2\phi+M_2\sin^2\phi\\ M_t&=M_1\sin^2\phi+M_2\cos^2\phi\\ M_{nt}&=(M_2-M_1)\sin\phi\cos\phi\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(2)$$

降伏線に垂直方向の作用モーメント M_n に対する終局モーメント M_{pn} の比は，降伏線上において最小であるとする最小抵抗の原理 $(\partial/\partial\phi)(M_n/M_{pn})=0$ より，

$$M_{pnt}M_n-M_{nt}M_{pn}=0$$

を得る．上式より降伏線上において $M_n=M_{pn}$ より，$M_{nt}=M_{pnt}$ が求まる．よってこの2式より降伏線方向 ϕ を消去して，次の正の降伏条件が求まる．ただし正の降伏は，図—1において作用主モーメント M_1 により上面が引張りとなる場合とする．

$$M_1M_{px}(\sin^2\alpha+\mu\cos^2\alpha)+M_2M_{px}(\cos^2\alpha+\mu\sin^2\alpha)-M_1M_2-\mu M_{px}{}^2=0\quad\cdots\cdots(3)$$

また負の降伏条件は，式(3)において M_{px} の符号を変えることにより，次式となる．ただし，簡単化のために以下でスラブ上下端の x, y 方向鉄筋量はそれぞれの方向で等しいとする．

$$M_1M_{px}(\sin^2\alpha+\mu\cos^2\alpha)+M_2M_{px}(\cos^2\alpha+\mu\sin^2\alpha)+M_1M_2+\mu M_{px}{}^2=0\quad\cdots\cdots(4)$$

ここに μ は異方性係数で，$\mu=M_{py}/M_{px}$ である．なお等方性スラブでは，$\mu=1$ となる．

(2) 塑性ポテンシャル理論による終局モーメントおよびひびわれ方向

鉄筋コンクリートスラブのたわみは荷重とともに増大

し，初期の塑性流れを生じたとき，弾性ひずみは微小で一定より，ひずみ速度全体は塑性ひずみ速度のみを考慮すればよい．以下では鉄筋のひずみ硬化は無視し，理想塑性体であると仮定する．2方向曲げを受ける板に対し，図—1 において 1, 2 をそれぞれ ξ, η に置き換え，初期の塑性流れによるたわみ速度 $\dot{w}$ を，次式のように仮定する．

$$\dot{w}=\frac{c}{2}(\eta^2+k\xi^2) \cdots\cdots (5)$$

ここに c および k は定数である．ξ, η 方向の曲率速度 $\dot{\varkappa}_\xi$, $\dot{\varkappa}_\eta$ およびねじり率速度 $\dot{\varkappa}_{\xi\eta}$ は，式 (5) より，

$$\dot{\varkappa}_\xi=-\frac{\partial^2\dot{w}}{\partial\xi^2}=-kc,\quad \dot{\varkappa}_\eta=-\frac{\partial^2\dot{w}}{\partial\eta^2}=-c,$$

$$\dot{\varkappa}_{\xi\eta}=-\frac{\partial^2\dot{w}}{\partial\xi\partial\eta}=0$$

したがって極限解析の一般的な理論により，これらの曲率速度とねじり率速度に関係する曲げおよびねじりモーメントは次式となる．

$$M_\xi=-\lambda kc,\ M_\eta=-\lambda c,\ M_{\xi\eta}=0$$

ここに λ は正の比例定数で，鉄筋コンクリートスラブの降伏条件から決定できる．上式において $M_{\xi\eta}=0$ より，M_ξ と M_η は主モーメントである．よって ξ, η をそれぞれ 1，2 に置き換えれば，図—1 において，

$$M_1=-\lambda kc,\ M_2=-\lambda c \cdots\cdots (6)$$

なお，k は作用主モーメント比によって定まり，$k=M_2/M_1(-1\leqq k\leqq 1)$ である．ここで定数 λ を決定する．正の降伏のとき，式 (3) にたわみ速度より求めた式 (6) の主モーメント M_1, M_2 を代入して，

$$\lambda=\frac{(k+\mu)\sin^2\alpha+(1+\mu k)\cos^2\alpha+\{(k+\mu)\sin^2\alpha+(1+\mu k)\cos^2\alpha\}^2-4\mu k}{2kc}\cdot M_{px} \cdots\cdots (7)$$

したがって式 (6), (7) より，終局モーメント M_{p1} が求まる．

$$M_{p1}=\frac{(k+\mu)\sin^2\alpha+(1+\mu k)\cos^2\alpha+\{(k+\mu)\sin^2\alpha+(1+\mu k)\cos^2\alpha\}^2-4\mu k}{2}\cdot M_{px} \cdots\cdots (8)$$

また負の降伏は，$M_2<0(-1\leqq k<0)$ のとき生じる．このとき作用主モーメント M_2 方向の終局モーメント M_{p2} は，正の降伏の場合と同様な方法により次式となる．

$$M_{p2}=\frac{(k+\mu)\sin^2\alpha+(1+\mu k)\cos^2\alpha-\{(k+\mu)\sin^2\alpha+(1+\mu k)\cos^2\alpha\}^2-4\mu k}{2k}\cdot M_{px} \cdots\cdots (9)$$

降伏線の傾き ϕ は，塑性ポテンシャル理論より求まる．図—1 においてスラブの x, y 方向鉄筋に垂直な断面の単位幅当たりに働く曲げモーメントを M_x, M_y, ねじりモーメントを M_{xy} とする．このとき，主モーメント M_1, M_2, 曲げおよびねじりモーメント M_x, M_y そして M_{xy} 間の関係は次のようになる．

$$\left.\begin{array}{l} M_1\cos^2\alpha+M_2\sin^2\alpha=M_x \\ M_1\sin^2\alpha+M_2\cos^2\alpha=M_y \\ M_1M_2=M_xM_y-M_{xy}{}^2 \end{array}\right\} \cdots\cdots (10)$$

よって式 (3), (4) の M_1, M_2 を消去して，正および負の降伏条件はそれぞれ次式となる．

$$(M_{px}-M_x)(\mu M_{px}-M_y)-M_{xy}{}^2=0 \cdots\cdots (11)$$

$$(M_{px}+M_x)(\mu M_{px}+M_y)-M_{xy}{}^2=0 \cdots\cdots (12)$$

降伏線上の曲げおよびねじりモーメント M_x, M_y, そして M_{xy} を一般化された合力とみなせば，この合力が関係する一般化されたひずみ速度は，曲率速度 $\dot{\varkappa}_x$, $\dot{\varkappa}_y$ およびねじり率速度の 2 倍の $2\dot{\varkappa}_{xy}$ である．ここで降伏関数を $F(M_x, M_y, M_{xy})=0$ で表わせば，塑性流れが生じるとき，流れ法則により，

$$\dot{\varkappa}_x=\beta\frac{\partial F}{\partial M_x},\quad \dot{\varkappa}_y=\beta\frac{\partial F}{\partial M_y},\quad \dot{\varkappa}_{xy}=\frac{\beta}{2}\cdot\frac{\partial F}{\partial M_{xy}}$$

なる関係が成立する．ここに β は，合力とひずみ速度に依存する任意の比例定数である．正の降伏の場合，降伏関数として式 (11) を用いて曲率およびねじり率速度は次式となる．

$$\dot{\varkappa}_x=-\beta(\mu M_{px}-M_y),\ \dot{\varkappa}_y=-\beta(M_{px}-M_x),$$

$$\dot{\varkappa}_{xy}=-\beta M_{xy}$$

流れ法則により，一般化された主ひずみ速度は降伏面に垂直な外向きのベクトル成分である．したがって一つの主曲率速度は降伏面に垂直で，他の主曲率速度は 0 である．主曲率速度の方向は，$\varphi=\alpha+\phi$ とおいて，

$$\tan 2\varphi=\frac{-2\dot{\varkappa}_{xy}}{\dot{\varkappa}_x-\dot{\varkappa}_y}=\frac{-2M_{xy}}{(M_x-M_y)-(1-\mu)M_{px}}$$

となる．ここに φ は，図—1 において，x 方向鉄筋から反時計回りに測った方向 n とのなす角である．式 (10) を用い，上式より降伏線の法線 n と 1 方向のなす角 ϕ は

$$\tan 2\phi=\frac{(1-\mu)\sin 2\alpha}{(1-k)\nu-(1-\mu)\cos 2\alpha} \cdots\cdots (13)$$

ここに，$\nu=M_{p1}/M_{px}$ である．また負の降伏の場合，

$$\tan 2\phi=\frac{(\mu-1)\sin 2\alpha}{(1-k)\nu+(1-\mu)\cos 2\alpha} \cdots\cdots (14)$$

したがって $M_2<0(-1\leqq k<0)$ の場合，ひびわれは，$|k|M_{p1}>M_{p2}$ のとき上面に生じ，その方向は式 (13) より求まる．また $|k|M_{p1}<M_{p2}$ のときひびわれは下面に生じ，そのときの方向は式 (14) より求まる．

等方性スラブの場合 $\mu=1$ より，正および負の降伏のとき $M_{p1}=M_{p2}=M_{px}$, $\phi=0°$ となる．これは作用主モーメント方向の終局モーメントは x, または y 方向断面の降伏モーメントに等しく，降伏線は作用主モーメント方向に垂直に生じることを示している．このことより，等方性スラブは鉄筋量が等しい場合，いかなる鉄筋方向，作用主モーメント比に対しても同じ抵抗モーメント

をもつことがわかる．

また1方向曲げモーメント M_1 のみを受けるとき，終局モーメント M_p は式 (4) において $M_2=0$, 式 (5) において $k=0$ より求まる．このときのひびわれ方向は，式 (13) において $M_2=0$ より求まる．ここに1方向曲げの場合，$\nu=M_p/M_{px}$ である．

$$\left.\begin{aligned} M_p&=\frac{\mu M_{px}}{\sin^2\alpha+\mu\cos^2\alpha}\\ \tan 2\phi&=\frac{(1-\mu)\sin 2\phi}{\nu-(1-\mu)\cos 2\phi}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

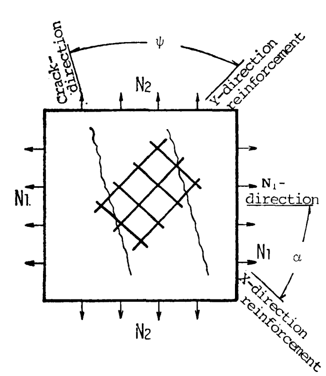
3. シャイベ理論による鉄筋コンクリートスラブの極限解析

Baumann が導いたシャイベの抵抗引張力を用い，2方向曲げを受ける鉄筋コンクリートスラブの終局モーメントを求める．**3.(1)** で Baumann の理論について説明し，**3.(2)** で Baumann が導いた抵抗引張力を曲げ引張領域の鉄筋引張力とみなし，互いに直交する2鉄筋層を1鉄筋層に置き換え，曲げ圧縮領域に生じるコンクリート圧縮力とのつり合いより，終局モーメントを求めた．そして，2鉄筋層の応力状態についての検討を行った．

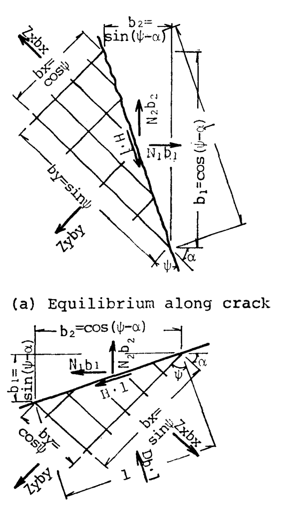
(1) シャイベとしての抵抗引張力およびひびわれ方向

図—2 に厚さ d のシャイベ要素を示す．このシャイベ要素には単位幅当たり $N_1, N_2=kN_1$ の外力が働いている．N_1 は常に引張力で，$-1\leqq k\leqq 1$ とする．互いに直交する鉄筋層を x, y で表わし，それぞれの単位幅当たりの鉄筋断面積を A_x, A_y, x 方向鉄筋は外力 N_1 方向から時計回りに測って角 α, ひびわれ方向は y 方向鉄筋から反時計回りに測って角 φ をなすとする．

図—3 (a) にひびわれに沿う，(b) にひびわれに垂直な断面に働く力を示す．これより以下のつり合い式が求まる．ここに，Z_x, Z_y はそれぞれ単位幅当たりの x, y 方向鉄筋引張力，H はひびわれに沿って働くせん断力，そして D_b はひびわれに平行に働くコンクリート圧縮力である．



図—2 ひびわれが生じたシャイベ要素



図—3 ひびわれが生じたシャイベ断面の外力と内力のつり合い

$$\left.\begin{aligned} Z_x&=N_1\cos^2\alpha(1+\tan\alpha\tan\varphi)\\ &\quad+N_2\sin^2\alpha(1-\cot\alpha\tan\varphi)+H\tan\varphi\\ Z_y&=N_1\sin^2\alpha(1+\cot\alpha\cot\varphi)\\ &\quad+N_2\cos^2\alpha(1-\tan\alpha\cot\varphi)-H\cot\varphi\\ D_b&=(N_1-N_2)\frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\varphi}-2H\cdot\cot 2\varphi\end{aligned}\right\}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

次にひずみの適合条件として，ひずみエネルギーを考える．厚さ d のシャイベ断面に対し，単位幅当たりのひずみエネルギー A は次式となる．

$$A=\frac{Z_x^2}{2E_eA_x}+\frac{Z_y^2}{2E_eA_y}+\frac{D_b^2}{2E_bd}+\frac{H^2}{2E_vd}$$

ここに，

E_e＝鉄筋のヤング係数

E_b＝コンクリートのヤング係数

E_v＝ひびわれ面におけるせん断弾性係数

ひずみエネルギー最小の原理 $\partial A/\partial H=0$ より，せん断力 H が求まる．コンクリートには圧縮力 D_b, せん断力 H が働いており，ひびわれ間のコンクリートの引張応力を無視するとき，$H=0$ となる．このとき，鉄筋層の応力に及ぼすコンクリート圧縮力 D_b の影響が小さいとすれば，次式が成立する．

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_x}=\tan^2\varphi\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

上式は，$\varphi<45°$ のとき最初に x 方向鉄筋が，$\varphi>45°$ のとき最初に y 方向鉄筋が降伏することを示している．したがって抵抗引張力は，$\varphi\leqq 45°$ のとき式 (16) の第1式より，$\varphi>45°$ のとき式 (16) の第2式よりそれぞれ式 (18)，(19) となる．

$$N_{p1}=\frac{A_xf_y}{\cos^2\alpha(1+\cot\alpha\tan\varphi)+k\sin^2\alpha(1-\cot\alpha\tan\varphi)}\cdots\cdots(18)$$

$$N_{p1}=\frac{A_xf_y}{\{\sin^2\alpha(1+\cot\alpha\cot\varphi)+k\cos^2\alpha(1-\tan\alpha\cot\varphi)\}\gamma}\cdots\cdots(19)$$

ここに，$\gamma=A_x/A_y$ で，f_y は鉄筋の降伏点応力である．

ひびわれ方向 φ は，**図—3** (a) より，ひびわれに沿う外力の合力と内力の合力の大きさと方向が一致することより求まる．

$$\tan\varphi=-\frac{1+(k-\gamma)\tan^2\alpha-\gamma k}{2(1-k)\tan\alpha}$$

$$+\sqrt{\left\{\frac{1+(k-\gamma)\tan^2\alpha-\gamma k}{2(1-k)\tan\alpha}\right\}^2+\gamma}\cdots(20)$$

（2） 曲げを受ける鉄筋コンクリートスラブの終局モーメント

Baumann が求めた抵抗引張力を用い，曲げを受ける鉄筋コンクリートスラブの終局モーメントを求める．

引張外力を受けるひびわれが生じたシャイベには，鉄筋層による引張力，ひびわれに沿って働くせん断力そしてひびわれに平行な圧縮力が働く．一方曲げを受けるスラブは，曲げ引張領域において鉄筋層による引張力，コンクリートによって生じるせん断力そして圧縮力が働く．また曲げ圧縮領域には，コンクリート曲げ圧縮力，せん断力およびせん断力によるねじりモーメントが働く．したがって，曲げ引張領域における応力状態はシャイベのそれと同じである．曲げ圧縮領域において，コンクリートによって生じる応力のみを考えれば，せん断力そしてねじりモーメントによりせん断応力が生じる．このせん断応力はコンクリート圧縮応力と比べて小さく，曲げ圧縮領域に及ぼす影響は無視してよいと思われる[4]．したがって引張外力を受けるシャイベを曲げを受けるスラブに転じるとき，曲げ引張領域においては Baumann が求めた抵抗引張力を考慮し，曲げ圧縮領域では圧縮鉄筋層を無視し，コンクリートによる曲げ圧縮応力のみを考慮して抵抗モーメントを求めた．

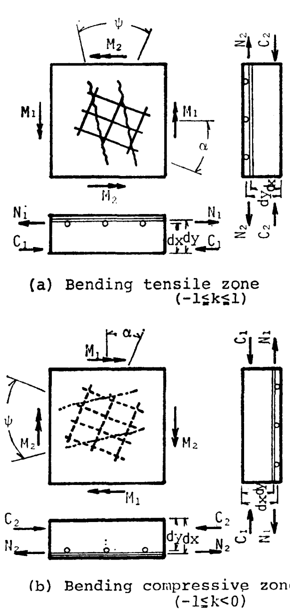
以下に，曲げを受ける鉄筋コンクリートスラブに対する仮定を行う．

（1） スラブ断面の深さ全体でのひずみ分布は直線とする．

（2） 曲げ引張領域のひびわれ面において断面力は鉄筋層によってのみ伝えられる．

（3） ひびわれ面における鉄筋の方向変化は無視する．

（4） 鉄筋の降伏点近くの荷重では付着によるスラブの変形への影響は小さく，無視できる．



図—4 2 方向曲げを受ける鉄筋コンクリートスラブ要素

2 方向曲げとして，単位幅当たりの作用主モーメント $M_1, M_2=kM_1(-1\leqq k\leqq 1)$ を考える．作用主モーメント M_1 によって鉄筋層が引張力を生じる面を曲げ引張領域，圧縮力を生じる面を曲げ圧縮領域とする．したがって $-1\leqq k<0$ のとき，作用主モーメント M_2 により曲げ圧縮領域には引張力，曲げ引張領域には圧縮力を生じる．図—4 (a) に曲げ引張領域，(b) に $-1\leqq k<0$ における曲げ圧縮領域を示す．ここで，曲げ引張領域および曲げ圧縮領域は互いに独立し，別々に形成されると仮定する．

作用主モーメント M_1 によってスラブが終局状態に達する場合を考える．ここで鉄筋層 x, y は曲げ引張領域にのみあるとし，$\varphi\leqq 45°$ とする．M_1 方向の抵抗モーメントを求めるために，互いに直交する鉄筋層 x, y を 1 つの位置における鉄筋層に置き換える．そこで圧縮端から鉄筋層 x, y による引張力の合力までの距離を求める．曲げ引張領域の抵抗引張力は Baumann が求めた値を用いる．式 (16) より

$$N_1=\frac{Z_x-Z_y\tan^2\alpha\cdot A}{\cos^2\alpha(1+\tan\alpha\tan\varphi)-\sin^2\alpha\tan^2\alpha(1+\cot\alpha\cot\varphi)A}\quad\cdots\cdots(21)$$

ここに，

$$A=\frac{1-\cot\alpha\tan\varphi}{1-\tan\alpha\cot\varphi}$$

曲げ圧縮端より鉄筋層 x, y までの距離をそれぞれ d_x, d_y とおけば，圧縮端に関する鉄筋層 x, y の抵抗モーメントは次式となる．ただし，圧縮端より鉄筋層 x, y による引張力の合力までの距離を d_1 とする（図—5 参照）．

$$N_1d_1=\frac{Z_xd_x-Z_yd_y\tan^2\alpha\cdot A}{\cos^2\alpha(1+\tan\alpha\tan\varphi)-\sin^2\alpha\tan^2\alpha(1+\cot\alpha\cot\varphi)A}\quad\cdots\cdots(22)$$

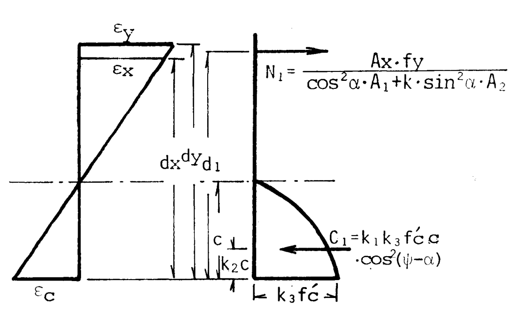
したがって距離 d_1 は，式 (21)，(22) より求まる．

$$d_1=\frac{Z_xd_x-Z_yd_y\tan^2\alpha\cdot A}{Z_x-Z_y\tan^2\alpha\cdot A}\quad\cdots\cdots(23)$$

また $\varphi>45°$ の場合，同様な方法により，

$$d_1=\frac{Z_xd_x-Z_yd_y\tan^2\alpha\cdot A'}{Z_x-Z_y\tan^2\alpha\cdot A'}\quad\cdots\cdots(24)$$

ここに，



図—5 作用主モーメント M_1 方向断面の応力-ひずみ図

$$A'=\frac{1+\cot\alpha\cot\varphi}{1+\tan\alpha\tan\varphi}$$

次に作用主モーメント M_1 方向の中立軸の高さ c を求める．ここで，曲げ圧縮領域のひびわれ方向に垂直な横断面は，変形後も平面を保持するとする．コンクリート圧縮主応力はひびわれに平行に生じ，単軸圧縮による応力-ひずみ関係が成立するとして，ひびわれ面における M_1 方向の応力，ひずみ図を **図—5** のように仮定する．ここに，f_c' はコンクリート圧縮強度，k_1, k_2 そして k_3 はそれぞれ圧縮応力分布の圧縮域での平均値と最大応力との比，合力の作用位置を表わす係数および圧縮応力の最大値の f_c' に対する比で，$f_c'>280\,\mathrm{kg/cm^2}$ のとき

$$k_1=0.85-\frac{f_c'-280}{70}\times0.05,\quad k_2=\frac{k_1}{2},\quad k_3=0.85$$

したがって主モーメント M_1 によって生じる終局モーメント M_{p1} は，式 (17)，式 (18) または (19)，そして (23) または (24) から，$\varphi\leqq45°$ のとき式 (25) より，$\varphi>45°$ のとき式 (26) より求まる．

$$M_{p1}=\frac{A_xf_y}{\cos^2\alpha A_1+k\sin^2\alpha\cdot A_2}\times\left\{\frac{A_xd_x-A_yd_y\tan^2\alpha\tan^2\varphi\cdot A}{A_x-A_y\tan^2\alpha\tan^2\varphi\cdot A}-\frac{k_2}{k_1k_3f_c'\cos^2(\varphi-\alpha)}\times\frac{A_xf_y}{\cos^2\alpha\cdot A_1+k\sin^2\alpha\cdot A_2}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots(25)$$

$$M_{p1}=\frac{A_xf_y}{(\sin^2\alpha\cdot A_3+k\cos^2\alpha\cdot A_4)\gamma}\times\left\{\frac{A_xd_x\cot^2\varphi-A_yd_y\tan^2\alpha\cdot A'}{A_x\cot^2\varphi-A_y\tan^2\alpha\cdot A'}-\frac{k_2}{k_1k_3f_c'\cos^2(\varphi-\alpha)}\times\frac{A_xf_y}{(\sin^2\alpha\cdot A_3+k\cos^2\alpha\cdot A_4)\gamma}\right\}\quad\cdots\cdots(26)$$

ここに，

$A_1=1+\tan\alpha\tan\varphi$, $A_2=1-\cot\alpha\tan\varphi$

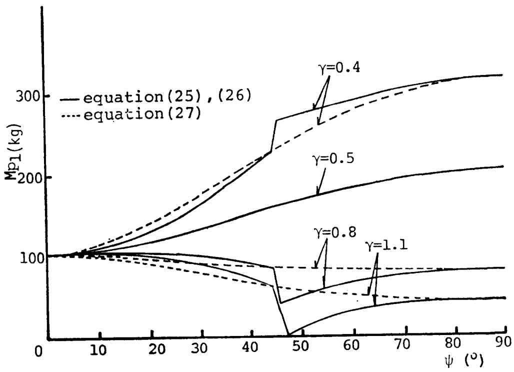
$A_3=1+\cot\alpha\cot\varphi$, $A_4=1-\tan\alpha\cot\varphi$

スラブの場合　$\gamma=(A_xd_x)/(A_yd_y)$

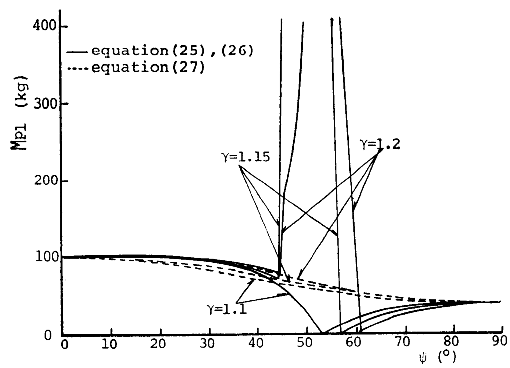
また鉄筋層の大きな塑性変形により，x, y 方向鉄筋層とも降伏点応力に達するとしたときの終局モーメント M_{p1} は次式となる．

$$M_{p1}=\frac{A_xf_y}{\cos^2\alpha\cdot A_1+k\sin^2\alpha\cdot A_2}\times\left\{\frac{A_xd_x-A_yd_y\tan^2\alpha\cdot A}{A_x-A_y\tan^2\alpha\cdot A}-\frac{k_2}{k_1k_3f_c'\cos^2(\varphi-\alpha)}\times\frac{A_xf_y}{\cos^2\alpha\cdot A_1+k\sin^2\alpha\cdot A_2}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots(27)$$

図—6 に $-1\leqq k<0$ の場合の，**図—7** に $0<k\leqq1$ の場合の，$\varphi\gtrless45°$ により x, y 方向鉄筋の応力状態を考慮して式 (25)，(26) より求めた終局モーメント M_{p1} と，両鉄筋層とも降伏点応力として式 (27) より求めた終局モーメント M_{p1} を示す ($f_y=3\,000\,\mathrm{kg/cm^2}$ (294 MPa)，$f_c'=300\,\mathrm{kg/cm^2}$ (29.4 MPa)，$A_x=0.01$ cm，$A_y=0.02$ cm，$d_x=3.5$ cm)．$-1\leqq k<0$ の場合 $\gamma=0.5$ で両理論値は等しく，$\gamma=0.4$ および 0.8 では式 (26) は $45°<\varphi<45.5°$ でそれぞれ約 18%，51% の増減がある．また $0<k\leqq1$ の場合も同様な傾向を示すが，$\gamma=1.2$ では式 (26) は $45°<\varphi<61°$ で大きく変化する．したがってシャイベ理論として，終局モーメント M_{p1} は，終局時に x, y 方向鉄筋層とも降伏点応力として式 (27) より求めることが妥当であると思われる．$-1\leqq k<0$ の負の曲げによる M_2 方向の終局モーメント M_{p2} は，**図—4** (b) より鉄筋層 x と y を置き換えることにより式 (27) から求まる．またひびわれ方向は式 (20) より求まり，$|k|M_{p1}<M_{p2}$ のときスラブ上面に，$|k|M_{p1}>M_{p2}$ のときスラブ下面に生じる．

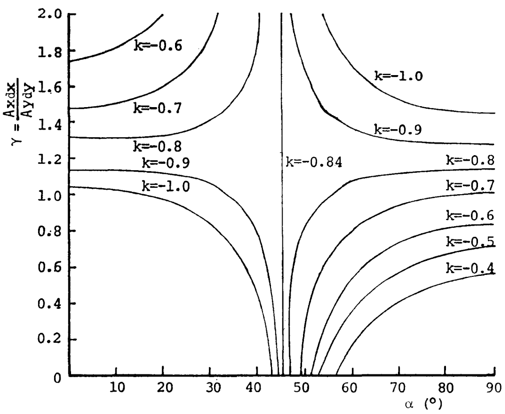


図—6 鉄筋層の応力状態によるシャイベ理論の比較 ($-1\leqq k<0$)



図—7 鉄筋層の応力状態によるシャイベ理論の比較 ($0<k\leqq1$)

図—8 に，$|k|M_{p1}=M_{p2}$ となる上下端の鉄筋層が同時に降伏する場合の，x 方向鉄筋の傾き α と x, y 方向のそれぞれの鉄筋量と有効高さの比 γ の関係を示す．



図—8 $|k|M_{p1}=M_{p2}$ の場合の γ と α の関係

ただし，$A_y=0.024$ cm，$d_x=3.2$ cm，$d_y=3.8$ cm，$f_y=3\,000$ kg/cm²(294 MPa)，$f_c'=300$ kg/cm²(29.4 MPa) で，A_x を変化させた．この数値例の場合，おおよそ $k=-0.84$ のとき，γ の値に関係なく $\alpha=45°$ で両鉄筋層は同時に降伏する．

作用主モーメント M_1 のみが働く1方向曲げの場合，終局モーメント M_{p1} は式 (18) より次式となる．

$$M_{p1}=\frac{A_x f_y}{\cos^2\alpha(1+\tan\alpha\tan\varphi)}\times\left\{d_x-\frac{k_2}{k_1k_3f_c'\cos^2(\varphi-\alpha)}\times\frac{A_x f_y}{\cos^2\alpha(1+\tan\alpha\tan\varphi)}\right\}\quad\cdots\cdots(28)$$

またひびわれ方向 φ は，式 (20) において $k=0$ より求まる．

$$\tan\varphi=-\frac{1-\gamma\tan^2\alpha}{2\tan\alpha}+\sqrt{\left(\frac{1-\gamma\tan^2\alpha}{2\tan\alpha}\right)^2+\gamma}\quad\cdots\cdots(29)$$

4. 供試体および実験方法

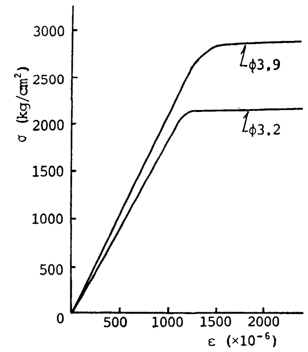
以上述べた理論を確かめるために，1方向および2方向曲げ ($-1\leqq k<0$) を受ける鉄筋コンクリートスラブの実験を行った．最初に1方向曲げについて述べる．

供試体は円柱供試体圧縮強度が平均 414 kg/cm²(40.6 MPa) のモルタルで作製した．配合は水セメント比 50 %，砂セメント比2.0で，普通ポルトランドセメントおよび天然砂を用いた．鉄筋として ϕ 0.32 cm，0.39 cm の軟鋼を用い，降伏点応力は平均 2 840 kg/cm² (278.3 MPa) である．図—9 に鉄筋の応力-ひずみ曲線を示す．鉄筋両端は付着破壊を防ぐためにフックをつけた．供試体の大きさはスパン方向 80 cm，幅 46 cm，厚さは 4 cm である．x 方向鉄筋は上端から約 0.5 cm に，y 方向鉄筋は x 方向鉄筋のすぐ下に直角に配置した．供試体は材令2日で脱型し，湿潤養生を行った．実験に用いた変数は，

(1) 作用主モーメント M_1 の方向1と x 方向鉄筋のなす角 α

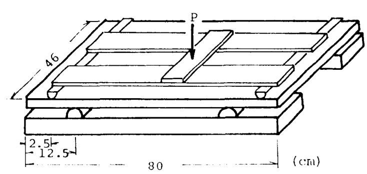
(2) x, y 方向鉄筋量

である．表—1 に実験に用いた供試体の型式 A, B そして C のコンクリート圧縮強度 f_c'，鉄筋降伏点応力 f_y，単位幅当たりの x, y 方向鉄筋量 A_x，A_y そして作用主モーメント方向と x 方向鉄筋のなす角 α を示す．



図—9 鉄筋の応力-ひずみ図

実験方法は 図—10 に示すように，2辺単純他端自由とし，スラブ端を横切る等分布線荷重をスラブの中心に関して対称に載荷した．

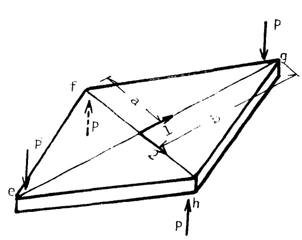


図—10 1方向曲げの実験方法

次に2方向曲げの場合の鉄筋コンクリートスラブ供試体について述べる．供試体は直交する x, y 方向鉄筋を上下端に配置した複鉄筋断面で，上下端の x, y 方向のそれぞれの鉄筋量は等しい．下面はかぶり約 0.5 cm の y 方向鉄筋を下側に，x 方向鉄筋は y 方向鉄筋の上に直接直角に配置した．上面はかぶり約 0.5 cm の y 方向鉄筋を上側に，x 方向鉄筋はすぐ内側に配置し，供試体厚さは約 4 cm である．鉄筋として ϕ 0.39 cm，降伏点応力が平均 3 260 kg/cm² (319.5 MPa) の軟鋼を用いた．コンクリートはモルタルを用い，配合および養生は1方向曲げの場合と同じで，コンクリート円柱供試体の平均圧縮強度は 340 kg/cm² (33.3 MPa) であった．実験に用いた変数は，1方向曲げの場合のほかに，

(3) 作用主モーメント比 $k=M_2/M_1$

である．表—2 に実験に用いた供試体の型式を示す．図—11 に示す供試体において対角線の長さ b を変えることにより，作用主モーメント比 $k=-a^2/b^2$ が異なる3型式 D, E, F について実験を行っ



図—11 2方向曲げを受ける供試体

表—1　1 方向曲げの場合の理論値および実験値の比較

Series	f_c'	f_y	A_x	A_y	α	μ	γ	ϕ (°)		Ultimate Load P (kg)		Measured / Computed
	(kg/cm^2)	(kg/cm^2)	(cm)	(cm)	(°)	$\frac{M_{py}}{M_{px}}$	$\frac{A_x d_x}{A_y d_y}$	Measured	Plastic potential / Scheibe	Measured	Plastic potential / Scheibe	Plastic potential / Scheibe
A1	587	2 840	0.023 9	0.027 8	0	0.95	1.09	0.0	0.0	1 930	1 862	1.04
									0.0		1 863	1.04
A2	587	2 840	0.023 9	0.027 8	30	1.02	0.97	0.0	−0.49	1 750	1 651	1.06
									−0.70		1 654	1.06
A3	373	2 840	0.023 9	0.027 8	45	1.02	0.97	0.0	−0.57	1 730	1 717	1.01
									−0.90		1 729	1.00
B1	355	2 810	0.023 9	0.021 7	15	0.81	1.23	3.2	3.30	1 860	1 787	1.04
									3.30		1 788	1.04
B2	355	2 810	0.023 9	0.021 7	30	0.83	1.24	5.7	4.19	1 600	1 570	1.02
									5.70		1 549	1.03
B3	355	2 810	0.023 9	0.021 7	45	0.80	1.25	6.2	6.34	1 500	1 436	1.04
									6.30		1 443	1.04
C1	370	2 870	0.023 9	0.014 6	15	0.55	1.84	7.5	10.97	1 620	1 467	1.10
									11.20		1 469	1.10
C2	370	2 870	0.023 9	0.014 6	30	0.56	1.82	9.3	15.87	1 535	1 414	1.09
									16.40		1 413	1.09
C3	370	2 870	0.023 9	0.014 6	45	0.55	1.84	11.2	16.19	1 150	1 084	1.06
									16.90		1 075	1.07

表—2　2 方向曲げの場合の理論値および実験値の比較

Series	k	A_x	A_y	α	μ	γ	ϕ (°)		Ultimate Load P (kg)		Measured / Computed
	$\frac{M_2}{M_1}$	(cm)	(cm)	(°)	$\frac{M_{py}}{M_{px}}$	$\frac{A_x d_x}{A_y d_y}$	Measured	Plastic potential / Scheibe	Measured	Plastic potential / Scheibe	Plastic potential / Scheibe
D1	−1.0	0.023 9	0.023 9	45	1.00	0.90	0.0	0.0	450	438	1.03
								0.0		420	1.07
D2	−1.0	0.014 2	0.023 9	0	1.58	0.53	0.0	0.0	323	349	0.93
								0.0		309	1.05
D3	−1.0	0.0142	0.023 9	45	1.58	0.53	2.5	6.5	440	440	1.00
								8.8		402	1.10
D4	−1.0	0.014 2	0.023 9	67.5	1.58	0.53	5.5	4.6	401	373	1.08
								6.2		310	1.29
E1	−0.71	0.014 2	0.023 9	0	1.58	0.53	0.0	0.0	310	297	1.04
								0.0		263	1.18
E2	−0.71	0.014 2	0.023 9	45	1.59	0.54	− 7.4	− 7.8	425	375	1.13
								−10.2		372	1.14
E3	−0.71	0.014 2	0.023 9	67.5	1.58	0.53	− 4.6	− 5.6	438	441	0.99
								− 7.5		478	0.92
E4	−0.71	0.009 45	0.023 9	0	2.31	0.36	0.0	0.0	210	204	1.03
								0.0		174	1.21
E5	−0.71	0.009 45	0.023 9	45	2.31	0.35	−12.0	−13.4	374	316	1.18
								−16.5		297	1.26
E6	−0.71	0.009 45	0.023 9	67.5	2.31	0.36	− 6.0	−10.1	463	422	1.10
								−12.1		444	1.04
F1	−0.51	0.014 2	0.023 9	0	1.59	0.53	0.0	0.0	234	249	0.94
								0.0		219	1.07
F2	−0.51	0.014 2	0.023 9	45	1.59	0.53	− 9.4	− 8.5	360	316	1.14
								−11.6		307	1.17
F3	−0.51	0.014 2	0.023 9	67.5	1.59	0.53	− 4.0	− 6.4	390	372	1.05
								− 8.8		396	0.99
F4	−0.51	0.009 45	0.023 9	0	2.32	0.35	0.0	0.0	185	185	1.00
								0.0		147	1.26
F5	−0.51	0.009 45	0.023 9	45	2.33	0.35	−11.5	−14.6	295	291	1.01
								−18.4		242	1.22
F6	−0.51	0.009 45	0.023 9	67.5	2.33	0.36	−14.4	−11.5	385	386	1.00
								−14.4		363	1.06

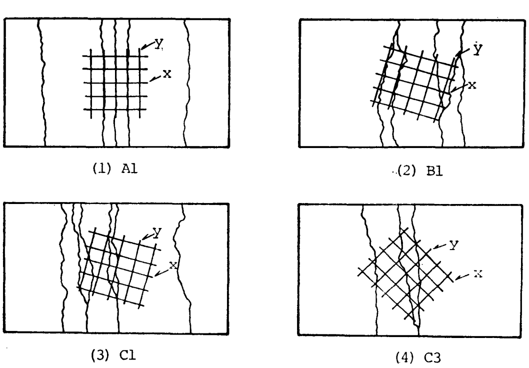
た．型式 D は対角線の長さが $a=b=26.3\,\mathrm{cm}$ の正方形 ($k=-1$)，型式 E は $a=26.3\,\mathrm{cm}$, $b=30.5\,\mathrm{cm}$ の斜長方形 ($k=-0.71$)，型式 F は $a=26.3\,\mathrm{cm}$, $b=37\,\mathrm{cm}$ の斜長方形 ($k=-0.51$) である．

実験方法は，**図—11** において膜作用が生じないように 1 つの対角線上の端 e, g をローラーによって載荷し，他の対角線上の端 f, h を同じくローラーによって支持した．載荷および支持点は，対角線の端から 3.5 cm の位置で，$b=37\,\mathrm{cm}$ の場合のみ載荷点領域の破壊を防ぐため 5 cm とした．この載荷の型は Lord Kelvin と Tait, P.G.[16] が示しているように薄板の理論により，スラブは端に沿って等分布しているねじりモーメントによって生ずる純曲げの状態となる．このねじりモーメントは，端上に連続的に分布している水平せん断応力によって生じる．このスラブ端のせん断破壊を防ぐために，ϕ 0.39 cm，内径 1.9 cm，ピッチ 1.5 cm のら旋鉄筋を端に沿って配置した．

5. 実験結果および検討

最初に，1 方向曲げの場合について述べる．**図—12** に型式 A1, B1, C1 そして C3 の上面の破壊時のひびわれ形状を示す．すべてのスラブはつり合い鉄筋比以下で，引張破壊した．破壊は実験時最大荷重時とした．等方性スラブの型式 A のひびわれは，作用主モーメントに垂直に生じた．異方性スラブの型式 B, C のひびわれは，載荷の初期の段階では作用主モーメントに平行に現われ，荷重の増大とともに x, y 方向の鉄筋量，そして x 方向鉄筋の傾き α の影響を受け，初期の段階のひびわれを結んでスラブの端まで生じた．

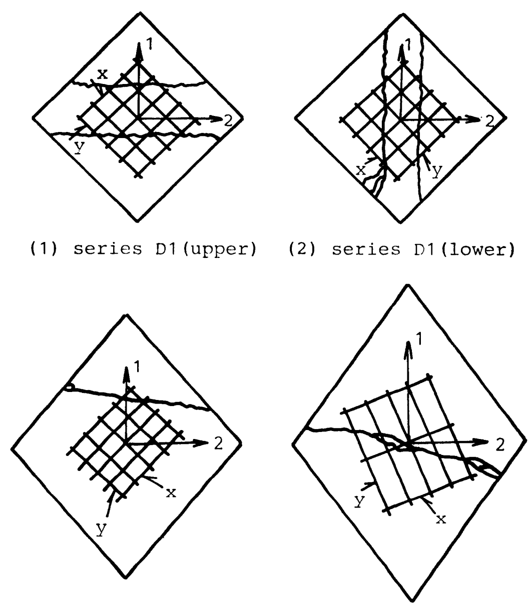
表—1 に作用主モーメント方向とひびわれ方向の垂線のなす角 ϕ および終局荷重の，理論値そして実験値を示す．理論値として，塑性ポテンシャル理論，そしてシャイベ理論より求めた値を示す．両理論値はほぼ一致した．実験値と理論値は，x, y 方向鉄筋間隔がほぼ等しい $r=1.0$, 1.2 ではほぼ一致するが，$r=1.8$ ではひびわれ方向の実験値は小さい．



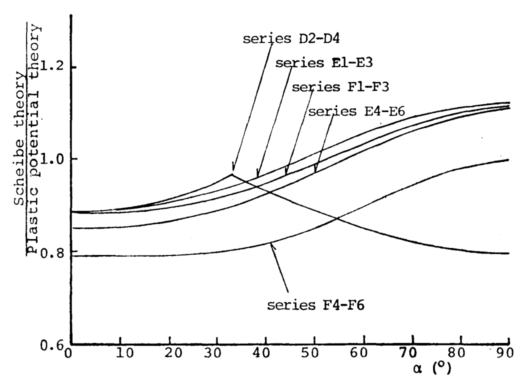
図—12 型式 **A 1, B 1, C 1** そして **C 3** の破壊時のひびわれ形状

次に 2 方向曲げの場合について述べる．**図—13** に型式 D1 の上下面，E2 そして F6 の上面の破壊時のひびわれ形状を示す．作用主モーメント比 $k=-1$ の等方性スラブ $r=0.9$ の型式 D1 の場合，上下面にひびわれが生じ互いに直交した．これはスラブ上下端の鉄筋層が同時に降伏したためである．また異方性スラブ $r=0.53$ の場合，$\alpha=0°$, 45° で上面に，$\alpha=67.5°$ で下面に生じた．$k=-0.71$, -0.51 の斜長方形スラブは，鉄筋の傾き α, x, y 方向の鉄筋量と有効高さの比 r に関係なく，ひびわれは上面に生じた．

表—2 に 2 方向曲げを受ける型式 D, E そして F の



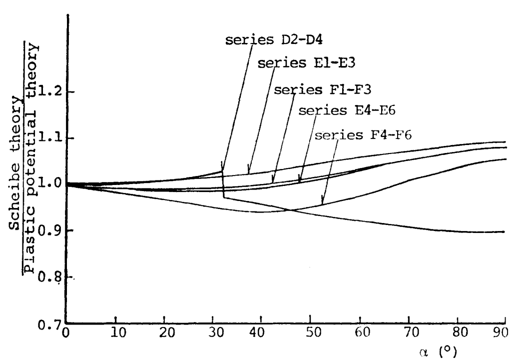
図—13 型式 **D 1, E 2** そして **F 6** の破壊時のひびわれ形状



図—14 塑性ポテンシャル理論とシャイベ理論の終局モーメントの比較

ひびわれ方向と終局荷重の実験値および理論値を示す．ひびわれの垂線方向と作用主モーメント M_1 方向のなす角 ϕ は，シャイベ理論値の方が塑性ポテンシャル理論値よりも大きくなった．また，両理論値とも実験値よりも大きい．**図—14** に α に関する塑性ポテンシャル理論とシャイベ理論より求めた終局モーメントの比を示す．計算に必要な数値は型式ごとに各供試体の平均値を用いた．型式 D 2〜D 4 は，$0 \leqq \alpha \leqq 32°$ では正の曲げ，$32° \leqq \alpha \leqq 90°$ では負の曲げについて示す．他の型式はすべて正の曲げについて示している．これより，一般に塑性ポテンシャル理論値の方が大きい．これは，塑性ポテンシャル理論の降伏条件ではスラブ上下端の鉄筋層を考慮したが，シャイベ理論では曲げ引張領域の鉄筋層だけを考慮したことによる曲げ圧縮領域の鉄筋層の影響，および x, y 方向の鉄筋力による抵抗モーメント比を両理論でそれぞれ μ, γ とおいたことによると思われる．**図—15** に，シャイベ理論と曲げ引張領域の鉄筋層のみを考慮した塑性ポテンシャル理論より求めた終局モーメントの比を示す．**図—13** と比べて，両理論値は一致している．

図—16 に 2 方向曲げの場合の荷重-たわみ曲線を示す．たわみはスラブ隅の点 f（**図—11** 参照）における値である．荷重-たわみ曲線は載荷の初期の段階では直線で，荷重の増大とともに曲線となり，破壊近くで傾きは小さくなっている．これはひびわれ発生による曲げ剛性の変化，および塑性回転によると思われる．また鉄筋の傾き α が小さいほどたわみは大きく，破壊時には終局荷重が小さいためにたわみは小さい．また，作用主モーメント比の絶対値 $|k|$ が大きくなればたわみは大きくなる．このことは，たわみおよびひびわれ発生が問題となる床版等において重要であると思われる．



図—15 引張鉄筋層のみを考慮した塑性ポテンシャル理論とシャイベ理論の終局モーメントの比較

6. ま と め

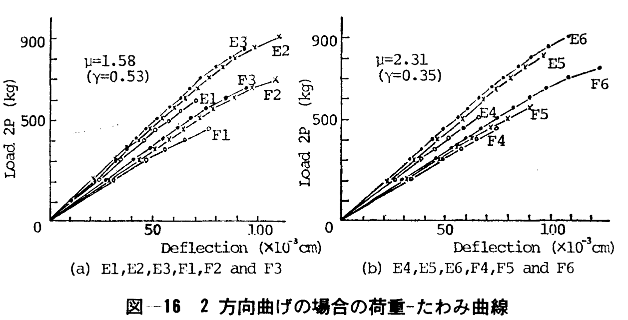
1 方向および 2 方向曲げを受ける鉄筋コンクリートスラブの終局荷重およびひびわれ方向を，塑性ポテンシャル理論そしてシャイベ理論より誘導した．

塑性ポテンシャル理論による方法は，流れ法則によりひずみ速度を用いて終局荷重を求めた．また流れ法則と降伏関数により，ひびわれ方向も求めた．なお降伏条件として，上下端の鉄筋層を考慮した．シャイベ理論による方法は，引張外力を受けるシャイベの抵抗引張力を用い，作用主モーメントによる曲げに対して曲げ引張領域そして曲げ圧縮領域は互いに独立し，別々に形成されるとして，曲げ引張領域の鉄筋層のみを考慮して終局荷重とひびわれ方向を求めた．

終局荷重は，ほとんどの供試体で両理論値とも実験値よりも小さかった．これは鉄筋のひずみ硬化，そして曲げ引張領域におけるコンクリート圧縮力による影響と思われる．2 方向曲げの場合，シャイベ理論値は塑性ポテンシャル理論値よりも平均 8.4% 小さかったが，これはおもにシャイベ理論では曲げ圧縮領域の鉄筋層を考慮していないためである．このことは，1 方向曲げにおいて，両理論値が一致することより明らかである．

ひびわれ方向は 1 方向，2 方向曲げの場合とも理論値の方が大きかった．1 方向曲げの場合，両理論値はほぼ一致したが，2 方向曲げの場合，シャイベ理論値の方が大きくなった．これは終局荷重の場合と同様，曲げ圧縮領域の鉄筋層による影響と思われる．

以上のことよりシャイベ理論よりも，塑性ポテンシャル理論を用いる方が実験値に近い．しかしながらシャイベ理論はコンクリートにひびわれ発生後の解析に適用でき，より広く用いることができる．



図—16 2 方向曲げの場合の荷重-たわみ曲線

記 号

A_x, A_y：それぞれ x, y 方向鉄筋層の単位幅当たりの鉄筋断面積

c：作用主モーメント M_1 方向の中立軸の高さ

d：シャイベ厚さ

d_1：曲げ圧縮端より，鉄筋層 x, y によ

る引張力の合力までの距離

d_x, d_y：それぞれ曲げ圧縮端より鉄筋層 x, y までの距離

D_b：ひびわれに平行に働くコンクリート圧縮力

E_e, E_b, E_v：それぞれ鉄筋およびコンクリートのヤング係数そしてひびわれ面におけるせん断弾性係数

f_c'：コンクリート円柱供試体圧縮強度

f_y：鉄筋の降伏点応力

H：ひびわれ面に沿って働くせん断力

k：スラブの場合，作用主モーメント比 M_2/M_1 シャイベの場合，作用主引張力比 N_2/N_1

k_1, k_2, k_3：曲げ圧縮領域の圧縮力とその作用位置を表わす係数

M_1, M_2：それぞれスラブに働く単位幅当たりの主モーメント

M_p：1方向曲げを受けるスラブの終局モーメント

M_{p1}, M_{p2}：それぞれ2方向曲げを受けるスラブの終局モーメント

M_{px}, M_{py}：それぞれxおよびy方向鉄筋に垂直な断面の単位幅当たりの終局モーメント

N_1, N_2：それぞれシャイベに働く単位幅当たりの主引張力

Z_x, Z_y：それぞれ単位幅当たりの x, y 方向鉄筋引張力

α：作用主モーメント M_1 または作用主引張力 N_1 方向から，時計回りに測った x 鉄筋方向角

ϕ：作用主モーメント M_1 方向から反時計回りに測ったひびわれの垂線方向角

φ：x方向鉄筋から反時計回りに測ったひびわれ垂線方向とのなす角，またはy方向鉄筋から反時計回りに測ったひびわれ方向角

μ：異方性係数 (M_{py}/M_{px})

ν：1方向曲げの場合 M_p/M_{px}，2方向曲げの場合 M_{p1}/M_{px}

γ：シャイベの場合 A_x/A_y
スラブの場合 $(A_x d_x)/(A_y d_y)$

参考文献

1) Kemp, K.O. : The Yield Criterion for Orthotropically Reinforced Concrete Slabs, Int. J. Mech. Sci. Pergamon Press Ltd., Vol. 7, pp. 737～746, 1965.
2) Jain, S.C. and J.B. Kennedy : Yied Criterion for Reinforced Concrete Slabs, Journal of the Structual Division, No. ST 3, March, pp. 631～644, 1974.
3) Lenschow, R.J. and M.A. Sozen : A Yield Criterion for Reinforced Concrete under Biaxial Moments and Forces, Civil Engineering Studies, Structual Research Series, No. 311, University of Ilinois, July, 1966.
4) Baumann, Th. : Tragwirkung Orthogonaler Bewehrungsnetze Beliebiger Richtung in Flachentrag-werken aus Stahlbeton, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, H. 217, 1972.
5) 田中 尚：構造物の極限解析，建築構造学大系 9，彰国社，p. 200，1969.
6) 太田俊昭：構造物の非弾性解析，新体系土木工学 8，技報堂出版，p. 292，1980.
7) Lerner, S. and W. Prager : On Flexure of Plastic Plates, Journal of Applied Mechanics, Vol. 27, June, pp. 353～354, 1960.
8) Hopkins, H.G. and W. Prager : The Load Carrying Capacites of Circular Plates, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 2, pp. 1～13, 1952.
9) Wood, R.H. : Plastic and Elastic Design of Slabs and Plates, Thames and Hudson, p. 344, 1961.
10) Kwiecinski, M.W. : Yield Criterion for Initially Isotropic Reinforced Slabs, Magazine of Concrete Research, Vol. 17, No. 51, June, pp. 97～100, 1965.
11) Kwiecinski, M.W. : Some Tests on the Yield Criterion for a Reinforced Concrete Slab, Magazine of Concrete Research, Vol. 17, No. 52, Sep., pp. 135～138, 1965.
12) Lenschow, R. and M. Sozen : A Yield Criterion for Reinforced Concrete Slabs, Journal of the American Concrete Institute, Vol. 64, No. 5, May, pp. 266～273, 1967.
13) Morley, C.T. : Experiments on the Distribution of Steel Bars Across Cracks in Reinforced Concrete Slab, Magazine of Concrete Research, Vol. 18, No. 54, March, pp. 25～34, 1966.
14) Mortey, C.T. : Experiments on the Yield Criterion of Isotropic Reinforced Concrete Slabs, Journal of the American Concrete Institute, Vol. 64, No. 1, Jan., pp. 40～45, 1967.
15) 小坂・森田：鉄筋コンクリート構造，丸善，p. 385，1975.
16) Timoshenko, S.P. and S. Woinowsky-Kriger : Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1959.

(1982.1.14・受付)