

- 雄；織学誌，23，51（1967）
 8) W.H. Buck & R.J. Cella; *Am. Chem. Soc., Polymer Preprint*, 14 (1), 98 (1973)
 9) W. K. Witsiepe; 日特公昭 48-29896
 10) W. H. Buck, R. J. Cella, Jr., E. K. Gladding & J. R. Wolfe, Jr.; *J. of Polymer Sci., Symposium No 48*, 47 (1974)
 11) 有機合成化学協会編；「溶剤ハンドブック」，オー社，p.479（1974）
 12) 山本吉威，三軒 齊，石井孝利，森 弘；第 23 回高分子学会年次大会講演要旨集，p.186(1974)
 13) カリティー；「X線回折要論」アグネ社，p.101（1965）
 14) 八星 孚，齊藤 実；高分子加工，13，No.10，568（1964）
 15) B. B. Boonstra; *Applied Polymer Symposium*, No 15, 263 (1971)
 16) 横山哲夫，吉川正人，田中武英；長崎大学工学部研究報告，No.2，p.86（1971）

（昭和 50 年 12 月 22 日受理）

繊維集合体の繊維-繊維接触について

岐阜大学工学部 小 森 尚 志 ・ 牧 島 邦 夫

ON THE NUMBER OF FIBER-TO-FIBER CONTACTS IN FIBER ASSEMBLIES

By Takashi Komori and Kunio Makishima

(Faculty of Engineering, Gifu University,
Naka-Monzen-cho, Kagamigahara, Gifu, Japan)

General formulae were derived for the estimation of the number of fiber-to-fiber contacts in fiber assemblies with arbitrary distributions of orientation and fiber length. The main result obtained was the mean number of contacts per unit volume of an assembly, n_v , given by

$$n_v = DL_v^2 I$$

where I is as follows.

$$I = \int_0^\pi d\theta \int_0^\pi d\varphi \int_0^\pi d\theta' \int_0^\pi d\varphi' [1 - \{\cos\theta \cos\theta' + \sin\theta \sin\theta' \cos(\varphi - \varphi')\}^2]^{\frac{1}{2}} \\ \times Q(\theta, \varphi) Q(\theta', \varphi') \sin\theta \sin\theta'.$$

In the above equation, Q is the density function of orientation, D the radius of the cross section of the fiber, and L_v the total fiber length per unit volume.

Special applications of the general result were reduced to the formulae presented by van Wyk and O. Kallmes.

(Received December 22, 1975)

1. 緒 言

繊維集合体の物理的性質を規定する因子には，構成繊維自体の物理的特性に加えて，集合体の集合構造に関する因子，たとえばみかけの密度，繊維配向，クリンプなどがある。この構造に関する因子は，集合体の幾何学的な形状安定性に直接かわるものであるという点で特に重要なものであろう。

集合体の幾何学的安定性はもっぱら繊維と繊維が接触

することによってもたらされるのであるから，集合体の繊維間接触点の空間密度を評価することは特に基本的意味をもつものと言えよう。しかしながら，接触点の直接的観測は特殊な場合を除いてほとんど不可能であるから，何らかの理論的推定法を利用せざるを得ないであろう。実際，今日までいくつかの推定法が提案されているのであるが，それらはいずれも特定の条件を満足する集合体についての評価法であるため，まったく一般的に応用できるものとはいえないように思われる。

たとえば van Wyk¹⁾ は繊維塊の圧縮特性の理論的研究の中で、集合体はランダムに分散した直円柱の集合であると仮定し、そこを繊維と周一直径の球がまっすぐ移動するとき繊維と衝突する確率を求め、接触点間の平均の長さ $\bar{l}$ が次式で与えられると結論した。

$$l = \frac{2V}{\pi DL} \quad (1)$$

ただし L は体積が V の集合体に含まれている繊維の全長で、 D は繊維の直径である。しかしこの結果は繊維配向が完全にランダムである場合に導かれたもので、一般の配向分布をもつ場合には適用することができない。

一方、A. E. Stearn²⁾ は van Wyk 理論のこの欠陥を部分的に修正することをもくろみ、加工工程において集合体が圧縮、伸長をうけたときの繊維の配向変化を考慮に入れて、van Wyk と同様な幾何確率のモデルを利用して、単位体積当りの接触点数 ν_c が次式で与えられるとした。

$$\nu_c = \frac{\pi}{4} L_c^2 D \frac{2}{\pi \sigma} \int_0^{\pi/2} L_c \xi(\varphi_c) d\varphi_c \quad (2)$$

ここで L_c は圧縮時の単位体積当りの繊維長、 σ は圧縮率、 φ_c は繊維の中心線が圧縮方向となす角度、また L_c と $\xi(\varphi_c)$ は

$$L_c = \int_0^{\pi/2} \{\sin^2 \varphi_c \cos^2 r (1 - \sigma^2) + \sigma^2\}^{\frac{1}{2}} d\varphi_c \quad (3)$$

$$\xi(\varphi_c) = \sigma \sin \varphi_c \cdot (\sigma^2 \cos^2 \varphi_c + \sin^2 \varphi_c)^{-\frac{3}{2}} \quad (4)$$

である。しかしながら、彼の方法も圧縮時の配向分布は非圧縮時の無配向なものからいくつかの仮説のもとに誘導されて得られる特殊のものであって、適用性がかなり制限されるように思われる。

また、O. Kallmes と H. Coste³⁾ は、2次元繊維ネットワークの構造に関する統計幾何学的研究の中で、面積 A のネットワークにできる繊維交差点の数として

$$\nu = \frac{(N\lambda)^2}{\pi A} \quad (5)$$

を提案した。ここで N は面積 A 内の長さ λ の繊維の本数である。この公式は、すべての繊維が一つの平面に平行に横たわり、しかもその面内での配向はまったくランダムであること、さらにシートの厚みが繊維直径の2倍であることを仮定して得られる特殊なものであるから、もっと一般的な配向分布をもつもの、またシート状の集合体であっても厚みの大きい3次元的な構造の無視できないものなどには適用しがたいと思われる。

これから報告する我々の提案は、繊維の単位長さ当り、あるいは集合体の単位体積当りの繊維接触点の個数に関するものであるが、得られる結果は任意の繊維配向、任意の繊維長分布、また任意の繊維断面形状の集合体にま

ったく一般的に応用できるものである。本報文の内容の大筋は、1969年11月の第5回繊維連合講演会において口頭発表したもの⁴⁾に基づくものである。

2. 理 論

まず初め議論の本筋を明確にするために、次のような仮定を置くことにする。

【仮定1】 繊維はすべて等しい直径 D 、長さ λ の直円柱（以後、円柱という）である。

この仮定は、結果の一般的適用性にはほとんど何の制約ももたらさないということを次節で明らかにしよう。

【仮定2】 N 本の円柱繊維の重心は、集合体の体積 V 内にまったくランダムに分布している。

この仮定は集合体のみかけの密度が一樣であることを意味するのであるから、密度にゆらぎがある不均一な集合体には、これから展開する一般論をそのまま適用することはできない。

【仮定3】 円柱繊維の底面と底面、また底面と側面との接触がおこることは考えない。

円柱の直径に対して長さが十分大であれば、円柱の側面と側面との接触が支配的におこり、上のような接触が生ずる確率は極めて小さいとして無視できるであろう。

さて、集合体にデカルト座標 xyz を設定し、円柱の軸が z 軸となす角を θ 、その軸の xy 平面上への正射影が x 軸となす角を φ とすれば、円柱の配向（方位）は (θ, φ) によって一意に表わされる（図1）。ただし $0 \leq \theta \leq \pi$ であり、また円柱の向きは考えないから $0 \leq \varphi \leq \pi$ である。

いま集合体の中の任意の円柱に注目したとき、その配

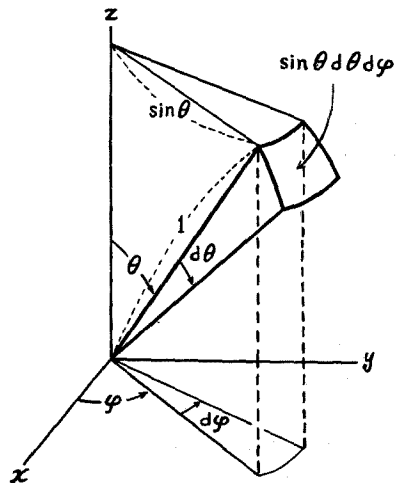


Fig. 1 Schematic explanation of the angles of orientation.

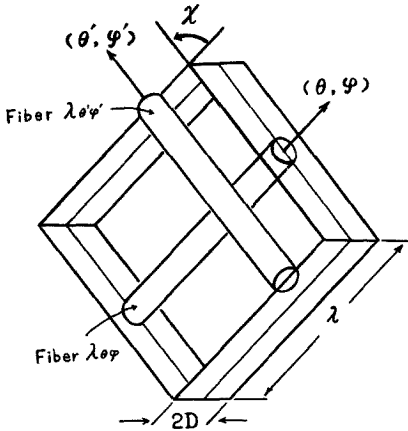


Fig. 2 Construction of the contact region.

向が $\theta \sim \theta + d\theta$, $\varphi \sim \varphi + d\varphi$ という無限小領域に見出される確率を $Q(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi$ とすると、 $Q(\theta, \varphi)$ が円柱の配向分布の密度関数である。1本の円柱がどんな配向にあってよいという確率は1に等しいから、次の規格化条件が成立する。

$$\int_0^\pi d\theta \int_0^\pi d\varphi Q(\theta, \varphi) \sin \theta = 1 \quad (6)$$

体積 V の空間の任意の位置に、配向が (θ, φ) であるような1本の円柱 $\lambda_{\theta\varphi}$ (今後、配向が (θ, φ) である円柱のことをこの記号で表す) を固定しておき、配向が (θ', φ') である他の円柱 $\lambda_{\theta'\varphi'}$ を空間 V 内に任意にもたらすとき、もし $\lambda_{\theta'\varphi'}$ の重心が $\lambda_{\theta\varphi}$ の近傍の適当な領域にはいれば両者の円柱は接触することができると考えてよいであろう。このような領域は次のように構成される。

円柱 $\lambda_{\theta\varphi}$ の側面に、円柱 $\lambda_{\theta'\varphi'}$ をその中央で接するように(図1)接触させ、方向 (θ', φ') を不変にしてそれを円柱 $\lambda_{\theta\varphi}$ の端から端まで平行移動させる。次に、 $\lambda_{\theta\varphi}$ の先の接触と反対側の側面に $\lambda_{\theta'\varphi'}$ を同様に接触させ、上と同様に $\lambda_{\theta\varphi}$ の端から端まで平行移動させる。この操作によって、円柱 $\lambda_{\theta\varphi}$ の両側に円柱 $\lambda_{\theta'\varphi'}$ の軸が上記の移動の際に形づくるところの2枚の平行な四辺形ができ、それらの向かい合った各頂点を結ぶことによって、 $\lambda_{\theta\varphi}$ をすっぽり包む1つの平行6面体の領域が想像される。この平行6面体の底面は、辺の長さ λ のひし形で、側面は底面に垂直で高さは $2D$ であることが容易に知られる。またその体積 v は、 $\theta, \varphi, \theta', \varphi'$ に依存し

$$v(\theta, \varphi; \theta', \varphi') = 2D\lambda^2 \sin \chi \quad (7)$$

である。ただし χ は円柱 $\lambda_{\theta\varphi}$ と $\lambda_{\theta'\varphi'}$ の軸がなす角度、即ち上記のひし形の2本のとなりあう辺のなす角度で、これは球面三角形の余弦定理から

$$\cos \chi = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi - \varphi') \quad (8)$$

によって $\theta, \varphi, \theta', \varphi'$ と関係づけられている。

この平行6面体領域 v の構成のしかたから容易にわかるように、円柱 $\lambda_{\theta'\varphi'}$ の重心が領域 v の中に入れば $\lambda_{\theta\varphi}$ と $\lambda_{\theta'\varphi'}$ は接触せざるを得ない。したがってここで(仮定2, 3)を考慮すれば、体積 V 内に任意に置いた $\lambda_{\theta'\varphi'}$ が、 $\lambda_{\theta\varphi}$ と接触する確率 p は、円柱 $\lambda_{\theta'\varphi'}$ の重心を空間 V 内に任意に置いたとき、それが上記した繊維 $\lambda_{\theta\varphi}$ の近傍の平行6面体領域 v の中にはいる確率に等しいといえる。したがって

$$p = \frac{v}{V} = \frac{2D\lambda^2}{V} \sin \chi \quad (9)$$

ただし式(8)から

$$\sin \chi = [1 - (\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi - \varphi'))^2]^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

である。明らかに p は $\theta, \varphi, \theta', \varphi'$ に依存する。

このようにして、 V 内に N 本の円柱があるとしたとき円柱 $\lambda_{\theta\varphi}$ に接触する円柱の平均数、すなわち $\lambda_{\theta\varphi}$ の上のできる平均の接触点数 $n(\theta, \varphi)$ は

$$\begin{aligned} n(\theta, \varphi) &= (N-1) \int_0^\pi d\theta' \int_0^\pi d\varphi' p(\theta, \varphi; \theta', \varphi') Q(\theta', \varphi') \sin \theta' \\ &= \frac{2D(N-1)\lambda^2}{V} \int_0^\pi d\theta' \int_0^\pi d\varphi' Q(\theta', \varphi') \sin \chi \sin \theta' \end{aligned} \quad (11)$$

である。 N は十分大きく $N \gg 1$ としてよいから

$$n(\theta, \varphi) = \frac{2DN\lambda^2}{V} J(\theta, \varphi) \quad (12)$$

$$J(\theta, \varphi)$$

$$= \int_0^\pi d\theta' \int_0^\pi d\varphi' Q(\theta', \varphi') \sin \chi(\theta, \varphi; \theta', \varphi') \sin \theta' \quad (13)$$

としてかわまない。また配向が (θ, φ) であるような円柱の単位長さ当りの平均接触数 $n_l(\theta, \varphi)$ は

$$\begin{aligned} n_l(\theta, \varphi) &= \frac{n(\theta, \varphi)}{\lambda} = \frac{2DN\lambda}{V} J(\theta, \varphi) \\ &= \frac{2DL}{V} J(\theta, \varphi) \end{aligned} \quad (14)$$

ただしここで $L = N\lambda$ は V 内の繊維の全長である。

このように一般の配向分布がある場合には、円柱の上のできる接触点の平均数は、その円柱の配向に依存する。したがって V 内の任意の円柱の上のできる接触点の平均数 $\bar{n}$ は、上記の $n(\theta, \varphi)$ を (θ, φ) の分布を考えに入れて θ, φ のあらゆる値にわたって平均したものである。

$$\bar{n} = \int_0^\pi d\theta \int_0^\pi d\varphi n(\theta, \varphi) Q(\theta, \varphi) \sin \theta$$

$$= \frac{2DN\lambda^3}{V} I \quad (15)$$

ただし

$$I = \int_0^\pi d\theta \int_0^\pi d\varphi J(\theta, \varphi) Q(\theta, \varphi) \sin \theta \quad (16)$$

である。

円柱の単位長さ当りの平均接触点数 $\bar{n}_l$ は

$$\bar{n}_l = \frac{\bar{n}}{\lambda} = \frac{2DN\lambda}{V} I = \frac{2DL}{V} I \quad (17)$$

となる。

また $\bar{n}_l$ の逆数は接触点の間の円柱の長さの平均値 (平均自由繊維長) で、これを $\bar{l}$ とすると

$$\bar{l} = \frac{1}{\bar{n}_l} = \frac{V}{2DLI} \quad (18)$$

となる。

平均接触点数が $\bar{n}$ の円柱が全部で N 本あるのだから、体積 V の集合体の全接触点数 ν は

$$\nu = \frac{N}{2} \bar{n} = \frac{D \cdot (N\lambda)^2}{V} I = \frac{DL^2}{V} I \quad (19)$$

である。ここで $\frac{1}{2}$ をかけた理由は、そうしないと同じ接触点を 2 度重複して数えることになるからである。こうして集合体の単位体積当りの接触点の数、すなわち接触点密度 ν_0 は

$$\nu_0 = \frac{\nu}{V} = D \left(\frac{L}{V} \right)^2 I \quad (20)$$

となる。ここで L/V は単位体積当りの繊維長で、これを L_0 とすれば

$$\nu_0 = DL_0^2 I \quad (21)$$

とも書ける。

3. 理論の一般性

上述の結果を導く際、議論の簡単化のために設定した諸仮定のうち、〔仮定 1〕は実際の繊維集合体では正当化されないであろう。現実の繊維は、断面が円であることは希であるし、まっすぐであることもない。そこでこの強い仮定を現実に適応するようにどれだけ弱めることができるか検討してみよう。

(i) 断面形状について：繊維の断面が円ではなく、任意の閉曲線であるとしよう。ただしこの場合にも、繊維はまっすぐで等しい長さ λ をもち、断面の形状と寸法は繊維軸にそって一様であるとする。

配向が (θ, φ) である繊維 $\lambda_{\theta\varphi}$ と、配向が (θ', φ') の繊維 $\lambda_{\theta'\varphi'}$ を考え、両者の軸に共に平行な 2 枚の平面で $\lambda_{\theta\varphi}$ をはさんだときの平面間の距離を δ 、同様に $\lambda_{\theta'\varphi'}$ をはさんだときのそれを δ' とする。2 本の $\lambda_{\theta\varphi}$, $\lambda_{\theta'\varphi'}$ を用いて、2

節の円柱の場合に行った方法と同様にして、 $\lambda_{\theta\varphi}$ を含む 1 つの平行 6 面体領域が構成され、もし $\lambda_{\theta'\varphi'}$ の重心がその中に入れば両繊維が接触することになる。ただしここで、円柱の場合に円柱の軸が果たした役割は、いまの場合、繊維の中に任意に定めた繊維軸が果たすことになる。この 6 面体の体積 v' は明らかに

$$v' = (\delta + \delta') \lambda^2 \sin \chi(\theta, \varphi; \theta', \varphi') \quad (22)$$

であたえられるであろう。ところが δ , δ' はそれぞれ $\lambda_{\theta\varphi}$, $\lambda_{\theta'\varphi'}$ をそれらの軸のまわりに回転することによって周期的に変化するから、 v' も変わるわけである。そこで、その 1 周期にわたって平均をすれば

$$\bar{\delta} = \bar{\delta}' \quad (23)$$

となり、この共通の値を改めて D とおけば、 v' の平均値は

$$\bar{v}' = 2D\lambda^2 \sin \chi \quad (24)$$

となり、これは円柱の場合の式(7)と同じ形の式である。したがって、2 節の諸結果における D として、上述の意味での δ の平均値を用いることにすれば、2 節の結果を任意の断面形状の場合に適応することができるであろう。もちろんその場合、ある一組の δ と δ' の値をあてるような接触が起る確率が δ , δ' に依存しないことを仮定しなければならないことは言うまでもない。断面形状が極度に扁平な繊維が、紙のようにシート状に集合している場合などではこの仮定は正しくないであろう。実際、プレスの工程などで繊維の平らな側面がシート面に平行に横たわるようになる傾向が大いにあると想像されるからである。

(ii) 屈曲と繊維長について：次に繊維に任意の屈曲と、任意の繊維長分布を許すことにしよう。ただしこの場合も、繊維の断面の形状と寸法は一様であることを仮定する。以下の議論で、断面を円であると仮定しても一般性を失わないであろう。なぜなら、もし円形でない場合には前述で定義した δ の平均値を円の直径の代りに用いればよいからである。

さて、すべての繊維をその端と端で次々とつないで、全長が L の一つながりの繊維になったと仮想して、その軸上の任意の点の位置を、一方の端点からその点まで軸に沿って測った繊維の長さ A で表わすことにする。したがって、体積 V 内の任意の繊維の上の任意の点が、ただ 1 つの A の値によって指定されることになる。ただし、 $0 \leq A \leq L$ である。2 節の〔仮定 2〕にしたがえば、ある A の値で指定される繊維軸上の点は、体積 V の領域のいたるところに同程度の確からしさで出現するものと考えてよいであろう。

そこで A の値が A から $A + \Delta A$ であるような繊維の微小部分を考えると、もし ΔA が繊維の屈曲の平均周期に比

べて十分小さければ、この微小部分をまっすぐな用柱とみなしてもよいであろう。そこで体積 V 内にある全長 L の繊維を、長さ ΔA の部分に等分割したと想像すると、

〔仮定1〕 体積 V の中に $L/\Delta A$ 本の長さ ΔA の微小円柱が分散している。

と見ることができよう。そして、これら微小円柱の配向分布を繊維の配向分布と定義し、その密度関係をやはり $Q(\theta, \varphi)$ で記すことにすれば、2節とまったく同様な議論が展開できるはずである。その結果は、2節の諸結果の式の中の λ の代りに ΔA を、 N の代りに $L/\Delta A$ を置けばただちに得られる。実際、式(15)でこの置換を行えば長さ ΔA の任意の微小円柱の上にできる平均の接触点数 $\Delta \bar{n}$ が

$$\Delta \bar{n} = \frac{2DL\Delta A}{V} I$$

で得られ、単位長さ当りの接触点数 $\bar{n}_l$ は

$$\bar{n}_l = \frac{\Delta \bar{n}}{\Delta A} = \frac{2DL}{V} I$$

となり、式(17)とまったく同一のものになる。また式(18)~(21)が再び得られることも明らかであろう。

以上のように2節の結果は、任意の断面形状、任意の屈曲、任意の繊維長分布をもつ集合体に一般的に適用することができると思われる。

4. 特殊な応用例

我々が得た一般的な結果を具体的な個々の問題に応用するためには、体積 V の集合体に含まれる繊維の全長 L と、繊維直径 D および繊維配向分布の密度関数 $Q(\theta, \varphi)$ を知らねばならない。 L や D の測定は容易であるが $Q(\theta, \varphi)$ の決定方法として提案されているものはいまのところ見あたらないように思われる。A. E. Stearn³⁾が提案しているように、無配向な集合体を圧縮あるいは伸長して得られる集合体の配向分布を理論的に推定して、これを利用するというのは1つの方法であろう。しかし、この方法がかなり特殊のものであることは言うまでもないことである。

我々はこの問題に関して1つの方式を提案する用意がある。それは任意にあたえられた集合体に、ステレオロジーの解析(定量組織学的分析)を行い、実験的に配向分布を知る方法である。これについては次の機会に報告するであろう。

そこでここでは、興味ある2つのモデル的な配向分布をもつ集合体に、2節の一般論を適用してみよう。その1つは完全に配向がない場合で、そこからvan Wyk¹⁾の結果、式(1)が再び得られ、またもう1つは繊維がすべて1平面に平行に横たわってできるシート状集合体の場

合で、その結果O. Kallmes³⁾らの式(5)が導かれることになるであろう。

i) 無配向集合体

配向に関して完全にランダムに集合していれば、密度関数 Q は θ, φ に依存しない定数である。したがって密度関数の規格化条件(6)から、

$$\begin{aligned} Q &= \left(\int_0^\pi d\theta \int_0^\pi d\varphi \sin \theta \right)^{-1} \\ &= \frac{1}{2\pi} \end{aligned} \quad (25)$$

となる。

この場合、長さ λ の繊維上にできる接触点数の数 $\bar{n}$ を求めるために、複雑な式(15)、(16)を直接計算する必要はない。実際、配向がランダムであるから、配向 (θ, φ) の繊維 $\lambda_{\theta\varphi}$ の上にできる接触点数の数 $n(\theta, \varphi)$ は、 θ, φ に依存せず、したがって $n(0, 0)$ 、即ち配向が $\theta=0, \varphi=0$ の繊維上の接触点数と等しく、またそれは任意の繊維上の接触点数 $\bar{n}$ とも等しいからである。したがって(12)より

$$\begin{aligned} \bar{n} &= n(0, 0) \\ &= \frac{2DN\lambda^2}{V} J(0, 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J(0, 0) &= \int_0^\pi d\theta' \int_0^\pi d\varphi' \frac{1}{2\pi} (1 - \cos^2 \theta')^{\frac{1}{2}} \sin \theta' \\ &= \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

となり、

$$\bar{n} = \frac{\pi DN\lambda^2}{2V} \quad (26)$$

$$\bar{n}_l = \frac{\bar{n}}{\lambda} = \frac{\pi DN\lambda}{2V} = \frac{\pi DL}{2V} \quad (27)$$

$$\bar{l} = \frac{1}{\bar{n}_l} = \frac{2V}{\pi DL} \quad (28)$$

$$\nu = \frac{N}{2} \bar{n} = \frac{\pi DL^2}{4V}, \quad \nu_v = \frac{\nu}{V} = \frac{\pi DL_v^2}{4} \quad (29)$$

などが得られる。この結果はvan Wyk¹⁾が求めた結果と完全に一致することがわかる(式(1))。

ii) シート状集合体

ここでは我々は、すべての繊維が xy 平面に平行($\theta = \pi/2$)に横たわり、しかも φ の分布は完全にランダムになっているような場合を考えよう。この場合の配向密度関数 $Q(\theta, \varphi)$ は、 θ に依存する部分がデルタ関数 $\delta(\theta - \frac{\pi}{2})$ の形で、 φ には依存しないと考えることができよう。ここでDiracのデルタ関数 $\delta(x)$ は次のような性質をもつ“関数”である。即ち、任意の関数 $f(x)$ に対し

$$\int_a^b f(x) \delta(x-c) dx = f(c) \quad (30)$$

ただし a, b, c は $a < c < b$ である限り任意の実数でよい。
そこで、

$$\Omega(\theta, \varphi) = \Omega_0 \delta(\theta - \frac{\pi}{2}), \quad \Omega_0 \text{ は定数}$$

とおくと、規格化条件(6)から

$$\begin{aligned} \Omega_0 &= \left(\int_0^\pi d\theta \int_0^\pi d\varphi \sin\theta \delta(\theta - \frac{\pi}{2}) \right)^{-1} \\ &= \frac{1}{\pi} \end{aligned}$$

となるから

$$\Omega(\theta, \varphi) = \frac{1}{\pi} \delta(\theta - \frac{\pi}{2}) \quad (31)$$

となる。これを用いて式(16)で定義される I を計算してみよう。まず(16)から

$$\begin{aligned} I &= \int_0^\pi d\theta \int_0^\pi d\varphi J(\theta, \varphi) \frac{1}{\pi} \delta(\theta - \frac{\pi}{2}) \sin\theta \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi d\varphi J(\frac{\pi}{2}, \varphi). \end{aligned}$$

また式(13)から

$$\begin{aligned} J(\frac{\pi}{2}, \varphi) &= \int_0^\pi d\theta' \int_0^\pi d\varphi' \frac{1}{\pi} \delta(\theta' - \frac{\pi}{2}) \sin\chi(\frac{\pi}{2}, \\ &\quad \varphi; \theta', \varphi') \sin\theta' \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi d\varphi' \sin\chi(\frac{\pi}{2}, \varphi; \frac{\pi}{2}, \varphi'). \end{aligned}$$

ところが式(10)から

$$\sin\chi(\frac{\pi}{2}, \varphi; \frac{\pi}{2}, \varphi') = |\sin(\varphi - \varphi')|$$

であるから

$$\begin{aligned} I &= \left(\frac{1}{\pi}\right)^2 \int_0^\pi d\varphi \int_0^\pi d\varphi' |\sin(\varphi - \varphi')| \\ &= \frac{2}{\pi} \quad (32) \end{aligned}$$

となる。したがって、たとえば体積 V 内の接触点数 ν は式(19)から

$$\nu = \frac{DL^2}{V} I = \frac{2DL^2}{\pi V} = \frac{2D \cdot (N\lambda)^2}{\pi V} \quad (33)$$

となり、接触点間の平均長さ $\bar{l}$ は式(18)から

$$\bar{l} = \frac{V}{2DLI} = \frac{\pi V}{4DL} = \frac{\pi V}{4D \cdot (N\lambda)} \quad (34)$$

である。

もし Kallmes ら³⁾が考えたと同様に、可能な限りもっ

とも薄いシート、すなわち厚みが繊維直径 D のちょうど2倍のシートを考えることにすると、集合体の体積 V は

$$V = 2DA$$

である。ここで A はシートの面積である。このとき式(33), (34)は

$$\nu = \frac{L^2}{\pi A} \text{ または } \frac{(N\lambda)^2}{\pi A} \quad (35)$$

$$\bar{l} = \frac{\pi A}{2L} \text{ または } \frac{\pi A}{2N\lambda} \quad (36)$$

となり、Kallmes らの得た結果が再び導かれることがわかる(式(5))。

5. 総括

ランダムな繊維集合体における繊維間接触点の空間密度を推定するための一般的な方式を考察し、その結果が繊維の任意の屈曲、断面形状、また任意の配向分布、繊維長分布の場合への応用を許すものであることを示した。さらに、その一般的結果が、van Wyk と Kallmes らによって求められた、特殊な集合体に関する諸公式をその特別な場合として包含し得るものであることを示した。

その際の繊維接触の基本的な考え方は、ある有限の空間に2本の繊維個々にまつわる2個の立体を任意に置くと想像したとき、それらが共通部分を持つとき両者が接触すると考えることにあった。

しかしながら現実には繊維と繊維が互いに相手の内部に“入り込む”ことはないのであるから、繊維を集合体の占める空間の“任意の位置”に置くことは不可能で、1本の繊維あるいはその部分が占める空間は、他の繊維が排除した残余の空間にすぎないわけである。集合体のみかけの密度が大きいつき、この問題は無視できないものと考えられる。

本報の我々の議論ではこの排除体積に関する問題は一切無視している。これについてはまた機会を改めて論じたいと思う。

付記：本研究の概要は、1969年11月第5回繊維連合講演会で報告した。

文 献

- 1) C. M. van Wyk, *J. Text. Inst.*, 37, T285 (1946)
- 2) A. E. Stearn, *J. Text. Inst.*, 62, P353 (1971)
- 3) O. Kallmes and H. Corte, *Tappi*, 43, No. 9, 737 (1960)
- 4) 小森尚志, 牧島邦夫; 日本繊維機械学会会報, 第5回繊維連合講演要旨集, p. 57 (1969)

第70回繊維加工研究委員会(関東)記録

日 時: 昭和51年4月9日(金)

場 所: 日本染色会館会議室

51年4月から関東委員長を磯波宏明(東工大)から代田 忠(織高研)に交代した。

出席者: 代田委員長ほか32名

講 演:

1) 繊維の難燃化と火災における安全性

(横浜国立大学工学部) 上原陽一

世界の10大大火のうち7件までが日本で起ったことの反省から耐火建築, 消防力強化などが行われてきたこと, まだ危険地帯の存在すること, 残存する問題点などを述べ, 規制面からの経過を概説した。千日前デパート火災では建材よりも繊維製品に問題があったことが指摘されたし, 火源→小さな有機物(例えば繊維製品)→火災(家屋)というパターンにおいて, 繊維製品が小さな火源に対して火が着かない, 燃え広がらないことが重要である。このためには難燃化が必要であるが, 火災時におけるガスの発生量を増加させる場合もあり, どこまで難燃化できるかも問題として残っている。この点については難燃性の評価法にも問題があり, 有機材料のあり方とも関連して今後の課題である。燃焼性に与える諸因子の分析〔織消誌, 16, 430(1975)〕と燃焼によって発生するガス〔安全工学, 13, 322(1974)〕を中心に講演があった。

2) 人造皮革の捺染

(神奈川県工業試験所繊維部) 上坪正和

人造皮革の種類, 製法, 組成, 表面処理法等について概説し, 直接, 酸性, 反応, 分散, カチオン, 反応型分散染料を用いる捺染法を説明した。捺染した実物やそれらの各種堅牢度試験結果を紹介し, 問題点の説明があった。

第41回不織布技術研究委員会記録

日 時: 昭和51年4月13日(火)

場 所: 京都工芸繊維大学繊維学部

出席者: 三浦委員長ほか約35名

講 演: 米国および世界における不織布開発の状況

Dr. W. S. Barnard チコピー研究所長

Dr. D. K. Smith チコピー開発部長

1) アメリカ各社および世界の主要会社における不織布の生産量の推移と現状, 不織布の製造法と用途についてスライドを主体にして説明。特にアメリカでの用途はマンチェスター大学における講演用のものである。

2) 質疑に対する応答

スパンボンドの延伸機構は, 圧縮空気と延伸ローラを用いている。使い捨て製品が大量に使用されているが, 全体の量は少ないので問題はない。廃液や悪臭も苦情はなく問題にしていない。バインダーはアクリル, ポリビニルアルコール, 両者併用, SBR, ビスコースが主に用いられている。

3) 不織布に関する講演会と展示会

・英マンチェスター大学で次の講演会がある(1976-6-22~24)。

気流式ウェブ形成法, 接着法(プリント法, 接着繊維), 湿式法, ステッチボンド法, スパンレース布, 用途(医療, 靴, 作業衣), アメリカの市場

・IDEA(1976-10-19~21)

シカゴで不織布の展示会と講演会が開催される。