

高プラントル数流体の乱流伝熱の数値予測*

殷 耀 晨^{*1}, 長野 靖 尚^{*2}, 田 川 正 人^{*2}Numerical Prediction of Turbulent Heat Transfer
in High-Prandtl-Number Fluids

Yaochen YIN, Yasutaka NAGANO and Masato TAGAWA

A two-equation heat-transfer model for high-Prandtl-number fluid flows has been developed from the scope of the original $\overline{t}^2-\varepsilon_t$ model of Nagano and Kim (1988). The proposed model has been appraised in comparison mainly with the existing experiments on water ($Pr=5.9$), aqueous ethylene glycol ($Pr=14.3$) and oil ($Pr=95$). It is shown that the present model predicts quite well the experimental behavior of fundamental quantities in turbulent heat transfer, i.e., the Nusselt or Sherwood number, temperature profiles and intensity of temperature fluctuations. Especially, the prediction of the r.m.s. intensity of temperature fluctuations is in good agreement with the most recent and reliable experimental data of water. Furthermore, we have investigated the Prandtl-number dependency of the turbulence quantities in thermal fields such as Nusselt number, temperature profile, temperature variance and eddy diffusivity for heat. Since the two-equation heat-transfer model provides information on temperature fluctuations, which cannot be obtained by the conventional model based on the assumption of the turbulent Prandtl number, the present model provides a powerful tool for critical design of thermal equipments.

Key Words: Forced Convection, Turbulent Flow, Turbulence Model, High Prandtl Number, Two-Equation Model, Numerical Prediction

1. 緒 言

水、有機物、油などのいわゆる高プラントル数流体においては、熱の分子拡散は小さくなり、伝熱面近傍の粘性底層内で流体温度は急激に変化する。そして、熱伝導が支配的となる伝導底層(conductive sub-layer)の厚さは、プラントル数 Pr の増大とともに薄くなり、粘性底層内のわずかな乱れ成分による乱流輸送が乱流伝熱に重要な影響を及ぼす⁽¹⁾。したがって、乱流モデルを用いて伝熱解析を行うには、壁面から計算が可能な低レイノルズ数形乱流モデル^{(2)~(5)}を用いなければならない。

高プラントル数流体の最近の伝熱解析法は、低レイノルズ数形2方程式乱流モデルで速度場を解き、速度分布と渦粘性係数 ν_t を求め、次いで乱流プラントル数 Pr_t の経験値により、熱の渦拡散係数 α_t を $\alpha_t = \nu_t / Pr_t$ として与えてエネルギー方程式を解くものである⁽⁶⁾⁽⁷⁾。しかし、 Pr_t は流れによって変わるので、合理的に Pr_t の値または分布形を与えるのは難しい。ま

た、たとえそれができたとしても、温度場について予測できる量は一部にしかすぎない。

そこで本研究では、広範囲の高プラントル数流体の温度場を解析するための温度場2方程式モデルを構築し、種々の乱流諸量の予測を行った。本モデルは、Nagano-Kim⁽⁸⁾によって開発された温度場2方程式モデルに、高プラントル数流体の数値予測に不可欠なプラントル数の影響を表すモデルを組み込んだものである。本モデルは、 Pr_t を介せず熱の渦拡散係数を乱流諸量の輸送方程式から直接求めるため、高プラントル数流体の種々の流れに普遍性を有している。提案したモデルの有効性は、外部流れの水($Pr=5.9$)の乱流境界層伝熱、内部流れのエチレングリコール・水($Pr=14.3$)および油($Pr=95$)における乱流伝熱の予測によって検証した。また、本研究は温度場諸量のプラントル数依存性についても検討を加えた。

2. 記 号

A : モデル係数

$C_\mu, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$: 速度場の乱流モデル定数

$C_1, C_{P1}, C_{P2}, C_{D1}, C_{D2}$: 温度場の乱流モデル定数

c_p : 定圧比熱

d : 円管の直径

* 平成4年3月14日 東海支部第41期総会講演会において講演、原稿受付 平成4年1月6日、

^{*1} 正員、名古屋工業大学大学院 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)。

^{*2} 正員、名古屋工業大学。

f_μ, f_2 : 速度場乱流モデルの補正関数
 f_λ : 温度場乱流モデルの補正関数
 k : 乱流エネルギー $= \overline{u_i u_i} / 2$
 Nu : ヌッセルト数
 $\bar{P}$: 圧力の時間平均値
 Pr, Pr_t : プラントル数および乱流プラントル数
 q_w : 壁面熱流束
 R : 時間スケール比 $= (\bar{t}^2 / 2\varepsilon_t) / (k/\varepsilon)$
 Re : レイノルズ数 $= \bar{U}_\infty d / \nu$
 Re_δ : エンタルピー厚さのレイノルズ数
 $= \bar{U}_\infty \Delta / \nu$
 R_t : 乱流レイノルズ数 $= k^2 / \nu \varepsilon$
 r_0 : 円管の半径
 Sc, Sh : シュミット数およびシャーウッド数
 St : スタントン数 $= q_w / \rho C_p \bar{U}_r (\bar{T}_w - \bar{T}_r)$
 $\bar{T}, t$: 時間平均温度および温度乱れ
 $\bar{T}^+$: 無次元温度 $= (\bar{T}_w - \bar{T}) / t_r$
 t_r : 摩擦温度 $= q_w / \rho C_p u_\tau$
 $\bar{U}$: x 方向の時間平均速度
 $\bar{U}^+$: 無次元速度 $= \bar{U} / u_\tau$
 $\bar{U}_i, u_i$: x_i 方向の時間平均速度および速度乱れ
 u_τ : 摩擦速度 $= \sqrt{\tau_w / \rho}$
 x, y : 流れ方向および壁面垂直方向の座標
 y^+ : 壁面からの無次元距離 $= u_\tau y / \nu$
 α, α_t : 温度伝導率および熱の渦拡散係数
 Δ : エンタルピー厚さ
 $= \int_0^\infty (\bar{U} / \bar{U}_\infty) [(\bar{T} - \bar{T}_\infty) / (\bar{T}_w - \bar{T}_\infty)] dy$
 δ_{ij} : クロネッカーのデルタ
 ε : k の散逸率 $= \nu (\partial u_i / \partial x_j)^2$
 ε_t : $\bar{t}^2 / 2$ の散逸率 $= \alpha (\partial \bar{t} / \partial x_j)^2$
 ν, ν_t : 動粘性係数および渦粘性係数
 ρ : 流体の密度
 $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, \sigma_k, \sigma_\phi$: 乱流拡散に対するモデル定数
 τ, τ_w : 時間および壁面せん断応力
 τ_u, τ_t : 時間スケール $= \bar{t}^2 / 2\varepsilon_t, k/\varepsilon$
 $(\bar{\quad})$: 時間平均値
 添字
 b : 混合平均
 r : 代表値
 w : 壁面
 ∞ : 境界層外

3. 支配方程式

3.1 速度場と温度場の2方程式乱流モデル 非圧縮性流体の強制対流における支配方程式は、次の連

続の式、運動方程式およびエネルギー式である。

$$\partial \bar{U}_i / \partial x_i = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{D \bar{U}_i}{D \tau} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{D \bar{T}}{D \tau} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \overline{u_j t} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $D/D\tau = \partial/\partial\tau + \bar{U}_j \partial/\partial x_j$ を表す。

式(2)中のレイノルズ応力 $\overline{u_i u_j}$ は、次の式(4)～(8)で与えられる Nagano-Hishida の k - ε モデル⁽³⁾により求める。

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu k^2 / \varepsilon \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dk}{D\tau} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \\ - \varepsilon - 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{D\varepsilon}{D\tau} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] - C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \\ - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} + \nu \nu_t (1 - f_\mu) \left(\frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで、モデル定数とモデル関数は、

$$\left. \begin{aligned} C_\mu &= 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.45, C_{\varepsilon 2} = 1.9 \\ \sigma_k &= 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3 \\ f_\mu &= [1 - \exp(-y^+ / 26.5)]^2 \\ f_2 &= 1 - 0.3 \exp(-R^2) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

一方、式(3)中の乱流熱流束 $\overline{u_j t}$ は、熱の渦拡散係数 α_t を輸送方程式から求める Nagano-Kim モデル⁽⁸⁾を基に、高プラントル数流体の特性を考慮して改良した温度場2方程式モデルにより解く。すなわち、

$$-\overline{u_j t} = \alpha_t \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\alpha_t = C_\lambda f_\lambda k \sqrt{(k/\varepsilon)(\bar{t}^2/\varepsilon_t)} = C_\lambda f_\lambda (k^2/\varepsilon) \sqrt{2R} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{D \bar{t}^2}{D \tau} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\alpha + \frac{\alpha_t}{\sigma_\phi} \right) \frac{\partial \bar{t}^2}{\partial x_j} \right] - 2 \overline{u_j t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \\ - 2\varepsilon_t - 2\alpha \left(\frac{\partial \sqrt{\bar{t}^2}}{\partial x_j} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{D \varepsilon_t}{D \tau} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\alpha + \frac{\alpha_t}{\sigma_\phi} \right) \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial x_j} \right] - C_{P1} \frac{\varepsilon_t}{\bar{t}^2} \overline{u_j t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \\ - C_{P2} \frac{\varepsilon_t}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - C_{D1} \frac{\varepsilon_t^2}{\bar{t}^2} - C_{D2} \frac{\varepsilon \varepsilon_t}{k} \\ + \alpha \alpha_t (1 - f_\lambda) \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここで、モデル定数とモデル関数は、

$$\left. \begin{aligned} C_\lambda &= 0.11, C_{P2} = 0.72, C_{D1} = 2.20, C_{D2} = 0.8 \\ \sigma_k &= 1.0, \sigma_\phi = 1.0 \\ f_\lambda &= [1 - \exp(-y^+ / A)]^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

式(12)中の C_{P1} と式(13)のモデル係数 A は、高プラントル数流体の特性を反映するために、3・2節で述べるように、別途モデル化する必要がある。

3・2 プラントル数の影響のモデル化 高プラントル数流体 ($Pr \gg 1$) の特徴は、波数空間で速度乱れと温度乱れのパワースペクトル(分散で規格化)をみたとき、乱流強度に最も寄与するスケールの大きい渦の担う波数領域の重なりが増大することである⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。また、熱の分子拡散係数 α が動粘性係数 ν よりも小さいために、温度乱れの散逸 ε_t を支配する小さい渦のスケールは、速度のそれよりもさらに小さく(より高波数になる)⁽¹⁰⁾。すなわち、スケールの大きい渦に伴う熱輸送は、低プラントル数流体と異なり、より受動スカラー的になって、コヒーレンスが高くなることが予測される。また、 ε_t の生成率も、 $Pr \leq 1$ の場合と異なるはずである。そこで、 ε_t の輸送方程式(12)中の生成項のモデル定数 C_{P1} をこれらを考慮して再評価する。

壁領域の対数領域(定応力・定熱流束層)では、次の関係式が成立する⁽¹¹⁾。

$$C_{P1} = C_{D1} + 2R \left(C_{D2} - C_{P2} - \frac{x^2/Pr_t}{\sigma_\varepsilon \sqrt{C_\mu}} \right) \dots\dots (14)$$

ここで x はカルマン定数である。式(14)は k - ε モデルの関係式⁽⁵⁾：

$$C_{\varepsilon 1} = C_{\varepsilon 2} - x^2/\sigma_\varepsilon \sqrt{C_\mu} \dots\dots (15)$$

に対応する温度場2方程式モデルの関係式である。高プラントル数流体の対数領域では、上述の考察から、乱流プラントル数 $Pr_t = \nu_t/\alpha_t \approx 1 \sim 0.9$ 、時間スケール比 $R = \tau_t/\tau_u = (\overline{t^2}/2\varepsilon_t)/(k/\varepsilon) \approx 1$ となることが推定される。これらの値と、式(8)、(13)の値および $x=0.4$ を式(14)に代入すると、 $C_{P1} \approx 1.29 \sim 1.17$ を得る。したがって、本モデルでは

$$C_{P1} = 1.2 \dots\dots (16)$$

とする。

一方、速度場と温度場の壁乱流特有の性質は、式(5)、(10)の f_u と f_t に反映させられている⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽¹¹⁾。式(8)、(13)に示すように、本モデルは Van Driest 形モデル⁽¹²⁾を採用している。0方程式モデルにおいては、減衰関数 f_t の係数 A は、プラントル数 Pr の複雑な関数となっている⁽¹²⁾。2方程式モデルにおいては、 f_t は減衰関数というよりも、熱の渦拡散係数 α_t を支配する多重渦スケールのモデル化⁽¹¹⁾とみなすほうがより合理的であるが、緒言および上で述べた高プラントル数流体の特徴を考慮すると、2方程式モデルでも A はプラントル数の関数と考えざるを得ない。Nagano-Kim⁽⁹⁾ は簡単な考察から、

$$A = (30.5/\sqrt{Pr})(C_f/2St) \dots\dots (17)$$

を得ている。ここで、 C_f と St は壁面摩擦係数と Stanton 数である。もし、コルバーンの相似則：

$$StPr^{2/3} = C_f/2 \dots\dots (18)$$

が成立するとすれば、式(17)は次式に書き直される。

$$A = 30.5Pr^{1/6} \dots\dots (19)$$

しかし、高プラントル数流体においてはコルバーンの相似則が成立するという確証はまだ得られていないので、本研究では高プラントル数(シュミット数)流体の円管内乱流伝熱および物質伝達が精度よく予測できるように A の関数形を決定した。図1にこのようにして求めた A のプラントル数依存性を示す。 A は $Pr \geq 3$ で、

$$\begin{aligned} A &= A(Pr) \\ &= 40.45 + 0.933 \ln Pr - 17.53 \exp(-0.57Pr) \end{aligned} \dots\dots (20)$$

で表されるが、 $Pr \gg 1$ では

$$A = A(Pr) = 40.45 + 0.933 \ln Pr \dots\dots (21)$$

となり、比較的簡単な関数形となる。

式(20)のモデル係数を用いたときの、円管内乱流熱伝達の計算値は図2のようになる。実験値⁽¹³⁾との比較から、極めて良好な予測が本モデルで可能なことがわ

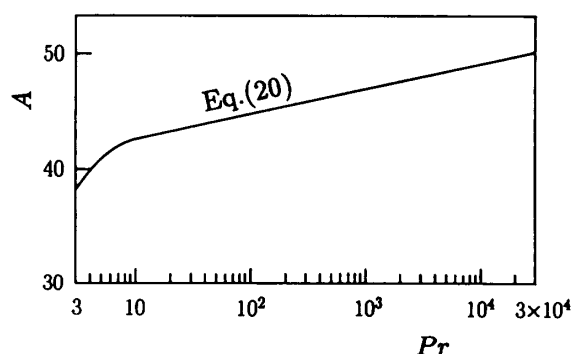


図1 係数 A のプラントル数依存性

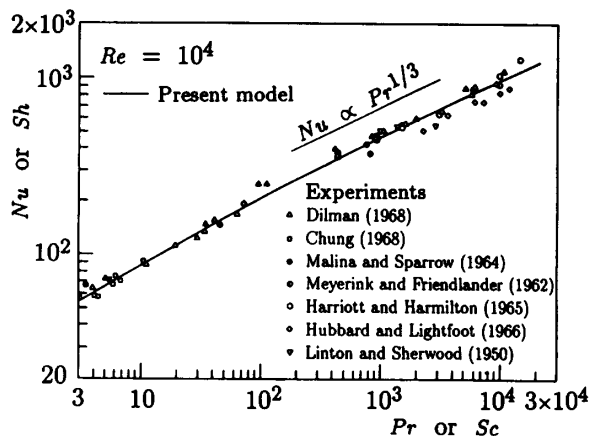


図2 高プラントル数流体の熱および物質移動

かる。したがって、本モデルによる以後のすべての計算は、モデル係数 A として式(20)の関数形を用いる。

4. 数値解法

本研究では、2種類の数値解法を併用した。外部流れ(乱流境界層)に対しては、無条件に安定で解の精度が高い Keller の Box 法⁽¹⁴⁾を主として用い、内部流れ(管内乱流)については、特に高プラントル数流体の解析において、安定で解の収束が早い Patankar のコントロール・ボリューム法⁽¹⁵⁾を採用した。ただし、二つの解法が、同じ計算条件では同じ結果を与えることは確認してある。

高プラントル数流体においては、温度境界層厚さが速度境界層厚さに比べてかなり薄くなる。したがって、計算格子としては、壁から解く乱流モデルによりその熱輸送過程が高精度で解析できるように、壁面近傍の格子解像度を高くする不等間格子⁽⁸⁾を用いた。

境界条件は、壁面 ($y=0$) で、 $\bar{U}=k=\varepsilon=0$, $\bar{T}=\bar{T}_w$, $\bar{t}^2=\varepsilon_t=0$ とし、外部流れについては、境界層外で、 $\bar{U}=\bar{U}_\infty$, $\bar{T}=\bar{T}_\infty$, $k=\varepsilon=\bar{t}^2=\varepsilon_t=0$ 、内部流れの場合は、管中心軸上 ($y=r_0$) で、 $\partial\bar{U}/\partial y=\partial k/\partial y=\partial\varepsilon/\partial y=\partial\bar{T}/\partial y=\partial\bar{t}^2/\partial y=\partial\varepsilon_t/\partial y=0$ とした。

壁面せん断応力 τ_w と壁面熱流束 q_w は、 $\tau_w/\rho=\nu(\partial\bar{U}/\partial y)_{y=0}$, $q_w/\rho c_p=-\alpha(\partial\bar{T}/\partial y)_{y=0}$ から求め、次式が満足されたときに温度場が十分発達したものと判断した。

$$|Nu(x+d)-Nu(x)|/|Nu(x)| < 10^{-5}$$

ここで、 d は円管直径である。なお、本研究の計算は、Kubota Computer TITAN-3000 により行った。

5. 結果および考察

5.1 水の場合 本モデルの有効性を検証するためのテストケースとして、まず、水 ($Pr=5.9$) の平板乱流境界層における熱伝達の予測を行い、最新でまた信頼性の高い Hollingsworth らの実験結果⁽¹⁶⁾と比較した。伝熱面は壁温一定で、単位長さ当たりのレイノルズ数 ($\bar{U}_\infty/\nu$) は $1.753 \times 10^5 \text{ m}^{-1}$ である。

図3に、スタントン数 $St [= q_w/\rho c_p \bar{U}_\infty (\bar{T}_w - \bar{T}_\infty)]$ が温度境界層の発達に伴い変化していく様子を示す。ここで、 Re_Δ はエンタルピー厚さに基づくレイノルズ数であり、下流に行くほどその値は増大する。図3から明らかに予測値は実験値の挙動を良好に表現している。

本モデルの予測精度をさらに深く検証するために、境界層断面にわたる乱流諸量の分布について、計算値と実験値を比較検討する。図4、5に、 $Re_\Delta=300$ にお

ける平均温度と温度変動の r. m. s. 値の分布をそれぞれ示す。各諸量は内層のパラメータで無次元化されている。図4からわかるように、本モデルにより、対数領域から外層にわたる平均温度の比較的平坦な分布および粘性底層内での急激な変化など実験値にみられる挙動が、定性的だけでなく定量的にもよく予測されている。図5の温度変動の r. m. s. 値については、実験値の分布からわかるように、最大値およびその位置は空気の場合⁽⁸⁾と大きく異なるが、本モデルはその挙動を非常に良好に再現している。

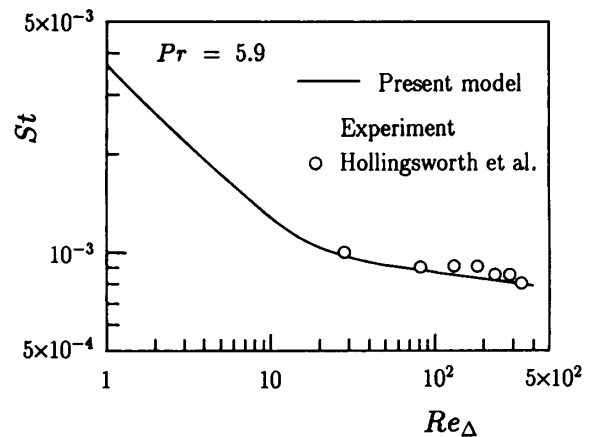


図3 水の乱流境界層におけるスタントン数

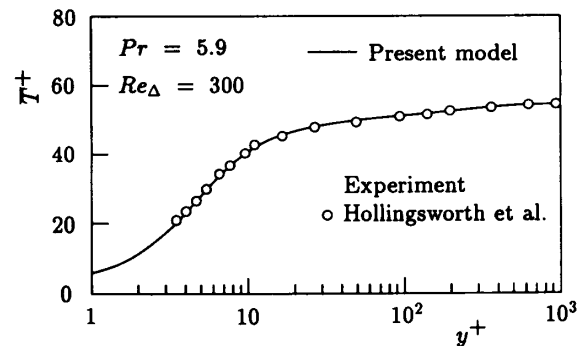


図4 水の乱流境界層における温度分布

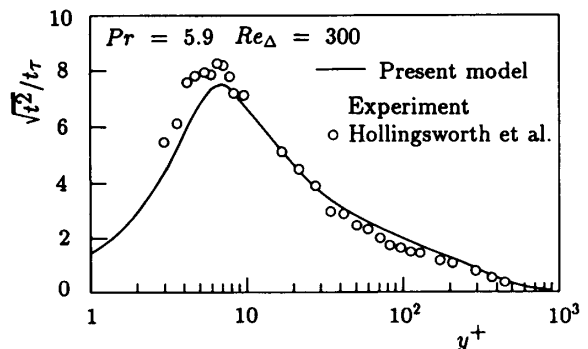


図5 水の乱流境界層における温度乱れ分布

乱流プラントル数を仮定して熱伝達を予測する旧来のモデルでは、温度場の重要な乱流諸量である温度乱れ強さの分布は予測できない。しかし、温度場2方程式モデルを用いればこれらを予測することができるため、温度場の挙動の詳細を理解することを可能とするだけでなく、機器の設計などに重要な情報も得ることができる。

5.2 エチレングリコール・水および油の場合 本モデルの普遍性を検証するために、水よりさらに高いプラントル数の流体における熱伝達を予測した。対象とした実験は、Kader⁽¹⁷⁾に引用されているエチレングリコール・水 ($Pr=14.3$) の円管内流および油 ($Pr=95$) のチャンネル流における熱伝達である。

図6, 7にエチレングリコール・水および油の平均温度分布をそれぞれ示した。プラントル数が大きくなるにつれて、温度境界層は薄くなり、対数域の分布が平坦になると同時にその値も急激に増大する。図6, 7より明らかに、本モデルはこれらの特性を定量的に高精度で予測できる(いうまでもなく、内層のパラメータで無次元化された温度分布の実験値と計算値が一致していることは、熱伝達率も正しく予測されていることを意味している)。なお、これらのテストケースでは温度変動に関する実験値は得られていない。

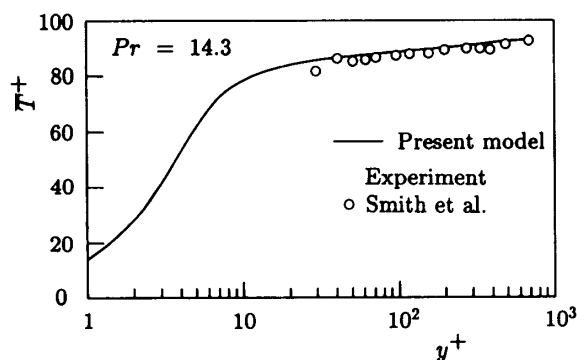


図6 エチレングリコール・水の管内温度分布

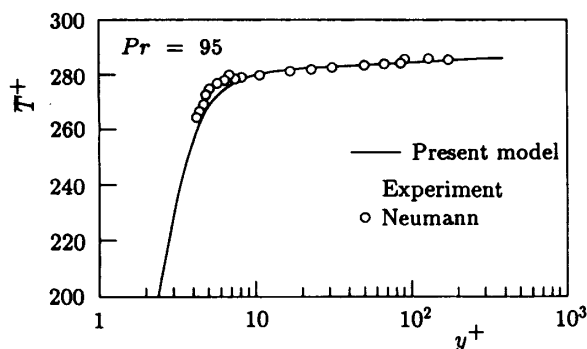


図7 油のチャンネル内温度分布

5.3 温度場諸量のプラントル数依存性 本研究の目的の一つに高プラントル数流体における温度場乱流諸量のプラントル数依存性を調べることがあるが、これは、乱流プラントル数を仮定しない温度場2方程式モデルにより可能となるものである。本研究では、乱流諸量のプラントル数依存性を調べるに当たっては、 $Re=10^4$ の速度場、温度場共に十分発達した円管内乱流を対象とし、計算を行った。

まず、対流伝熱で最も基本的な量である熱伝達率は、プラントル数の広い範囲にわたり本モデルで正確に予測できるが(図2)、図2からわかるように、ヌッセルト数 Nu (またはシャード数 Sh) のプラントル数 Pr (またはシュミット数 Sc) に対する依存性は、 $Pr \gg 1$ において $Nu \propto Pr^{1/3}$ となる。

次に内層のパラメータで無次元化された平均温度分布 $\bar{T}^+$ はプラントル数に対して図8のように変化する。粘性底層内では周知の $\bar{T}^+ = Pr y^+$ の関係が成り立つが、 $y^+ < 40$ の緩和層においても対数則 $[\bar{T}^+ = C_0(Pr) \ln y^+ + C_1(Pr)]$ が一部みられる。ただし、プラントル数が増大するにつれてその係数 C_0 は小さくなる傾向がある。

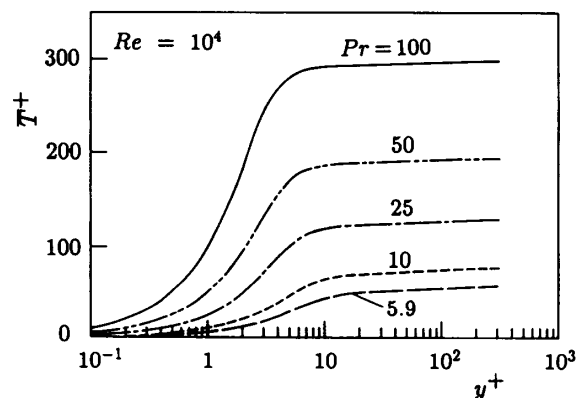


図8 種々の高プラントル数流体における温度分布

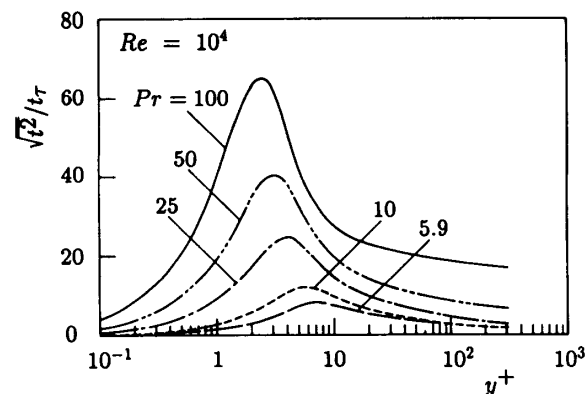


図9 種々の高プラントル数流体における温度乱れ分布

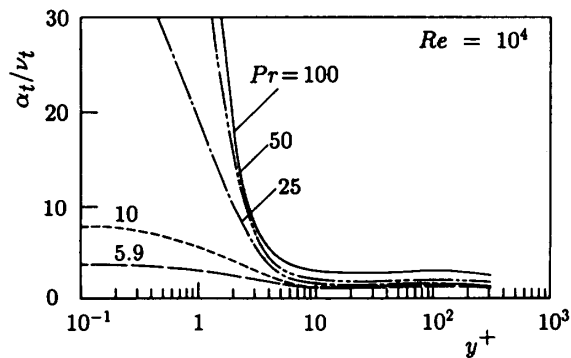


図 10 種々の高プラントル数流体における熱の渦拡散

図 9 は、摩擦温度 t_r で無次元化した温度変動の r. m. s. 値 $\sqrt{t'^2}/t_r$ の分布である。図 9 からわかるように、プラントル数が大きくなるにしたがって $\sqrt{t'^2}/t_r$ の値は増大し、最大値をとる位置が壁面に近づいていく。図 9 は、高プラントル数流体においては非常に薄い温度境界層内で活発に乱流熱輸送が行われていることを示している。このように、本研究で提案する温度場 2 方程式モデルを用いれば、温度変動の確率密度関数が正規分布に従うと仮定することにより、流体温度変動の振幅など機器の設計などにおいて重要なデータを得ることができる。

熱の渦拡散係数 α_t は、乱流伝熱の予測解析を行ううえで最も基本となる量であり、この挙動を知ることがモデルの開発、改良にとって非常に有意義である。特に、高プラントル数流体の乱流伝熱においては、分子拡散に比して乱流輸送過程が支配的となると考えられるため、この α_t の挙動は注目すべきものである。しかし、これについてはこれまでほとんど明らかにされていない。図 10 に本モデルにより予測された α_t の挙動を渦粘性係数 ν_t で無次元化して示した。図 10 からわかるように、プラントル数が大きくなるにつれて、壁面近傍の α_t/ν_t の値は、著しく増加する。すなわち、3・2 節で述べたように、プラントル数が大きくなるほど、乱流運動の温度場に対する履歴が高波数域まで及ぶ(プラントル数の影響は温度変動のスペクトルにおいては高波数域に顕著に現れる)ため、渦のスケールが小さくなる(すなわち波数が高くなる)壁近傍では、熱の乱流輸送量を表す α_t が渦粘性係数 ν_t に対して相対的に増大するためであると考えられる。一方、対数域から外層にかけては、 α_t/ν_t の値はほぼ一定値となり、図 8 の結果とも符合する。

なお、本モデルは境界条件の設定がしやすく数値計算が容易な Nagano-Hishida モデル⁽³⁾と Nagano-

Kim モデル⁽⁸⁾を基にして乱流モデルを發展させた。これらのモデルは乱れ成分の壁面漸近挙動を厳密には満たしていないが⁽⁵⁾⁽¹¹⁾、壁温変動が無視できるときは ν_t と α_t の y^+ に対する挙動が同じであるため、本研究で扱った問題に対しては大きな不都合はないものと考えられる。しかし、壁温が急変するようなより複雑な系の解析に対しては、今後の研究において壁面漸近条件を満たす高次の低レイノルズ数形乱流モデル⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽¹⁸⁾に改良を加えなければならない。

6. 結 言

本研究では、先に開発した温度場 2 方程式モデルに、高プラントル数の影響を取り入れたモデルを開発した。本モデルの普遍性は、主として、水 ($Pr=5.9$)、エチレングリコール・水 ($Pr=14.3$) および油 ($Pr=95$) における実験値と比較検討することにより行った。その結果、熱伝達率、温度分布など乱流伝熱において最も基本的で重要な量は実験値とよく一致することを確認した。特に、信頼性の高いと考えられる最新の水の実験については、温度乱れ強さの分布の実験値と予測値の一致は非常によく、本モデルの有効性を証明するに十分なものである。さらに、温度場乱流諸量として、ヌッセルト数、平均温度分布、温度乱れ強さおよび熱の渦拡散係数のプラントル数依存性についても検討し、合理的な結果を得た。

本モデルには、不明な点の多い乱流プラントル数 Pr_t の仮定を一切必要としないので、普遍性が高いばかりでなく、温度乱れのような重要な乱流諸量も同時に求まるという利点を持っている。したがって、高プラントル数流体の伝熱解析にとって非常に有効なモデルであると考えられる。

文 献

- (1) Townsend, A. A., *The Structure of Turbulent Shear Flow*, 2nd Ed., (1976), 354, Cambridge Univ. Press.
- (2) Patel, V. C., Rodi, W. and Scheuerer, G., *AIAA J.*, **23** (1985), 1308.
- (3) Nagano, Y. and Hishida, M., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **109** (1987), 156.
- (4) Myong, H. K. and Kasagi, N., *JSME Int. J., Ser. II*, **33** (1990), 63.
- (5) Nagano, Y. and Tagawa, M., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **112** (1990), 33.
- (6) Myong, H. K., Kasagi, N. and Hirata, M., *JSME Int. J., Ser. II*, **32** (1989), 613.
- (7) Herrero, J., ほか 3 名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, **34** (1991), 711.
- (8) Nagano, Y. and Kim, C., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **110** (1988), 583.
- (9) 文献(1)の 345 ページ。
- (10) Hinze, J. O., *Turbulence*, 2nd Ed., (1975), 296, McGraw-

- Hill.
- (11) 長野・田川・辻, 機論, 56-530, B (1990), 3087.
 - (12) Cebeci, T., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **95** (1973), 227.
 - (13) Sideman, S. and Pinczewski, W. V. (Gutfinger, C. 編), *Topics in Transport Phenomena*, (1975), 47, Hemisphere.
 - (14) Bradshaw, P., Cebeci, T. and Whitelaw, J. H., *Engineering Calculation Methods for Turbulent Flow*, (1981), 88, Academic Press.
 - (15) Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, (1980), McGraw-Hill.
 - (16) Hollingsworth, D. K., Kays, W. M. and Moffat, R. J., *Proc. 7th Int. Symp. on Turbulent Shear Flows*, Stanford Univ., (1989), 20.4.1.
 - (17) Kader, B. A., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **24** (1981), 1541.
 - (18) Youssef, M. S., Nagano, Y. and Tagawa, M., *Int. J. Heat Mass Transf.*, (1992), (印刷中).
-