

接触論を利用した薄膜のヤング率推定法*

尾田十八*¹, 山田耕二*², 久保田隆司*²

Method of Estimating Young's Modulus of
Thin Films by Applying Contact Mechanics

Juhachi ODA, Kouji YAMADA and Takashi KUBOTA

In this paper, the method of estimating Young's modulus of thin films is proposed. Concretely, by applying the approximate elastic solution on axially symmetric contact problems between two-layered elastic bodies and using experimental data of two-layered bodies in contact, Young's modulus of thin films is estimated to be inverse analytically. By using this method, the Young's modulus of a thin epoxy film is estimated, and by comparing its value with the corresponding value measured by the 3-point bending test, the effectiveness of this proposed method is discussed.

Key word : Contact Problem, Elasticity, Young's Modulus, Thin Film, Inverse Problem.
Two-layered Elastic Body

1. 緒 言

L S I や切削工具のコーティング処理など, 薄膜は近代産業において多くの分野に利用されている。そのような薄膜の製法には, 真空蒸着法, スパッタリング法などいくつかあるが, 製法の違いによりその機械的特性も異なってくる。従ってそれらの測定方法の研究が重要かつ必要である。このことに対して現在までに数少ないが幾つかの研究がなされてきた^{1)~3)}。しかしそれらの手法は, 単独膜を得る際の困難さを伴うものや複雑, 高価な装置とそれに対する熟練を要するものであり, より簡便で実用性を有する手法の開発が特に要求されて来ている。

そこで本研究では, 単独膜を用いるのではなく, 薄膜が母材に付着した状態のままで薄膜のヤング率を推定できる簡便な手法を提案する。具体的には, すでに

著者らが提案している2層弾性体の軸対称接触問題に対する近似解法⁴⁾を応用する。つまり薄膜を有する2層弾性体と単層体の接触モデルの実験を行うことにより得られるデータから2層弾性体の近似接触理論を応用して逆解析的に薄膜のヤング率を推定する方法を提案する。またこの方法により実際の薄膜に対するヤング率を推定し, その値と, あらかじめ3点曲げ試験法により測定した薄膜のヤング率の値とを比較することにより, 本推定法の有効性についての吟味, 検討を試みる。

2. ヤング率の推定理論

最初に単層体と薄膜を有する2層体間の接触モデルについて, 実験により測定される物理量からヤング率を推定する手法の概略を提示する。ただし, 実験により測定される物理量として, 測定が比較的簡単である接触領域の寸法を考える。次に, 求めるべきヤング率の式とその計算の方法の詳細を説明する。

* 原稿受付 平成3年5月9日。

*¹ 正員, 金沢大学工学部 (〒920 金沢市小立野2-40-2)。

*² 学生員, 金沢大学大学院。

2. 1 推定法 図1に示すように厚さ h の膜と母材(物体II)からなる半径 R_2+h の2層体に、半径 R_1 の球(物体I)が荷重 Q を受けて接触する問題を考える。ただし接触面は滑らかで摩擦がないものとする。

今、これら2物体の機械的特性の中で、そのヤング率、ポアソン比である $E_1, \nu_1, E_2, \nu_2, E_f$ が既知であるとする。ここでこれらの添字1, 2, fはそれぞれ物体I, IIと膜の諸量を表している。図1のモデルで接触域は半径 a の円形領域となるがこれは $R_1, R_2, h, E_1, \nu_1, E_2, \nu_2, E_f, \nu_f, Q$ の関数である。すなわち、

$$a = f(R_1, R_2, h, E_1, \nu_1, E_2, \nu_2, E_f, \nu_f, Q) \quad \dots (1)$$

そこで上式の関数 f が確定しておれば、実験的に a を測定することにより、 E_f を求めることが出来る。すなわち、

$$E_f = g(a, R_1, R_2, h, E_1, \nu_1, E_2, \nu_2, \nu_f, Q) \quad \dots (2)$$

2. 2 E_f の式 図1に示す単層体と2層体間の接触モデルにおける薄膜のヤング率を推定するために必要な式(2)の具体的な形を示す前に、この問題の近似解^[4]を求める方法を概略説明する。図2は、物体Iと2層体の接触瞬間の状態、これより荷重 Q を受けて両物体の対応する点 C_1, C_f が接触し、さらに接触圧力によって両者それぞれの接触面がその法線方向に w_1, w_{f2} 変形し、かつその結果物体I, IIの中心 O_1, O_2 の距離が δ 接近したとすると次式が成り立つ。

$$\delta = z_1 + z_f + w_1 + w_{f2} \quad \dots (3)$$

ここで上式は対称軸からの距離 r の関数となるが、その接触範囲内においては r に無関係に成立する。このことを利用すると物体の接近量と接触円半径についての解が得られる。そしてそれを用いることによって、最終的に接触部近傍の変位場、応力場がHertzの理論同様に求められることとなる。

ここで式(3)中の z_1, z_f は、解析モデルの幾何学的な条件から一意的に決定される。また w_1 の導出はHertz理論と同様に定式化可能であるが、2層体接触面の変形量 w_{f2} の定式化は困難である。しかし著者らはこの w_{f2} を図3に示すようにHertz形の接触応力 p によって生じる膜厚 h の変形量 Δh と膜と物体IIの界面、すなわち物体IIの表面の法線方向変形量 w_2 を用いて次式で表し、

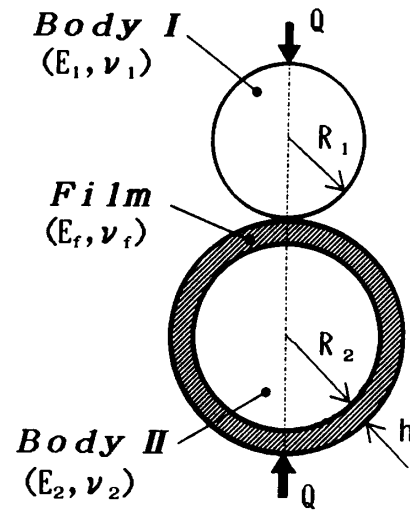


図1 単層体と2層体の接触モデル

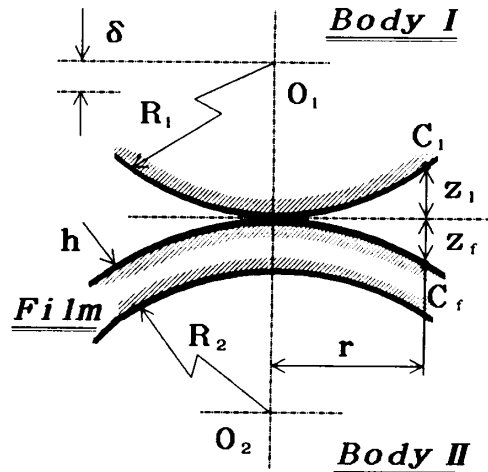


図2 接触面間の距離

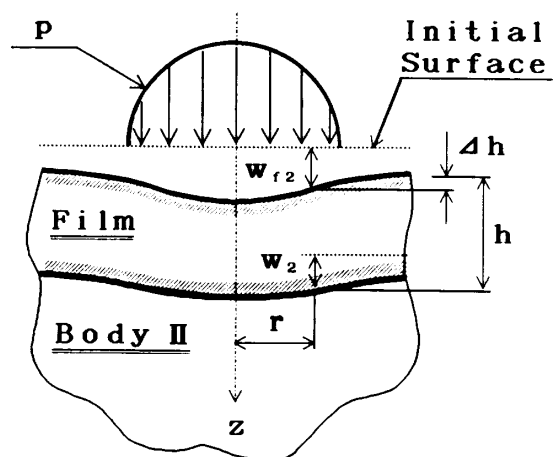


図3 2層体接触面の変形

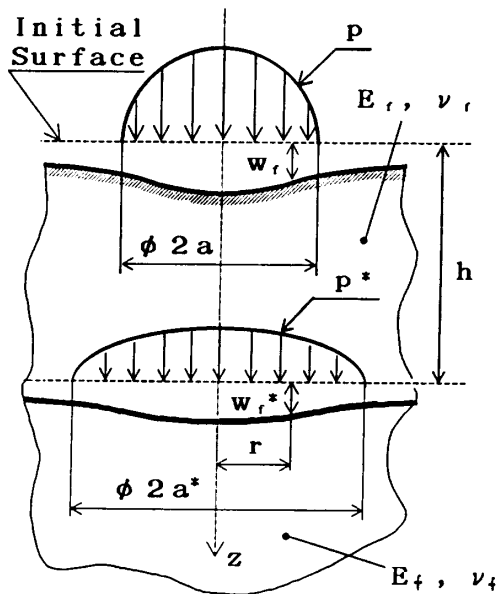


図4 膜の変形

$$w_{r2} = \Delta h + w_2 \quad \dots (4)$$

この Δh を次のようにして近似的に求めた。つまり Δh は、図4のように膜材だけによって構成される半無限体表面に接触圧力 p が作用したときの、荷重面法線方向変位 w_r とその内部の位置($z = h$)の法線方向変位 $w_{r'}$ の差で表されると仮定する。

$$\Delta h = w_r - w_{r'} \quad \dots (5)$$

ここで w_r は、先の w_1 、 w_2 同様にHertzの理論を用いて容易に求められる。一方 $w_{r'}$ については $z = h$ の位置に接触圧力 p と同様の分布形をもつ圧縮応力 p^* のみが作用すると仮定して近似的に導出できる。具体的には p^* の作用域を示す a^* を半無限体の $z = h$ の位置に生じる垂直圧縮応力に対する厳密解を利用して求める方法(理論I)と変位の厳密解を利用して求める方法(理論II)とを考え、その結果を応用するものである。

以上の理論によって導出される E_r の式は、次のものとなる。

$$E_r = \frac{3Q(1 - \nu_r^2)(a^{*3} - a^3)}{4a^3a^*} \quad \dots (6)$$

$$\left\{ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + h} - \frac{3Q}{4} \left[\frac{1 - \nu_1^2}{a^3 E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{a^{*3} E_2} \right] \right\}$$

ただし上式中の a^* は理論Iでは

$$a^* = (a^2 + h^2)^{1/2}$$

理論IIでは次のものである。

$$a^* = (1 - \nu_r) \pi a^3 / \left[2(1 - \nu_r)(a^2 + h^2) \times \left[\frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \left\{ \frac{h}{(a^2 + h^2)^{1/2}} \right\} - \frac{ha}{a^2 + h^2} \right] + 2h \left[a - \frac{\pi h}{2} + h \sin^{-1} \left\{ \frac{h}{(a^2 + h^2)^{1/2}} \right\} \right] \right]$$

各理論における a^* の値を式(6)に代入すれば薄膜のヤング率 E_r が、集中荷重 Q と接触半径 a のみ未知量である関数として表せる。

このようにして、実験により集中荷重 Q を与えたときの接触半径 a が測定できれば薄膜のヤング率 E_r を直接推定できることになる。一方、 $E_r = E_2$ のとき、つまり薄膜が無く、物体Iの特性から、物体IIのヤング率 E_2 を推定する場合には、Hertzの理論より直接次式を解いてそれを求めることができる。

$$E_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{\frac{4(R_1 + R_2)}{3R_1 R_2 k} - \frac{1 - \nu_1^2}{E_1}} \quad \dots (7)$$

$$\text{ここで } k = \frac{Q}{a^3}$$

3. 実験と考察

3.1 実験方法 図5に薄膜を有する2層体円柱と鋼球との接触実験方法を示す。台の上に鋼球(ベアリング)を置いておき、押え円筒の中に2層体(アクリル円柱とエポキシ膜を接着したもの)を挿入する。その接触面にはあらかじめ特殊なインクを塗っておく。そして2層体円柱の上に適当なおもりをのせ、荷重 Q を負荷して接触領域を生じさせ、その寸法 $2a$ を測定する。このとき鋼球を横にわずかにずらすことにより塗布されたインク膜の拭いとられた幅を測定すると精度良く $2a$ を求めることが出来る。測定には顕微頭微鏡(OLYMPUS STM)を用い、 $2a$ を拡大し、測定する。図6は実験装置を、また図7はその接触痕写真の一例を示す。幅 $2a$ は、鋼球を動かす速度や鋼球が円柱底面上を通過する位置によって若干異なるが、本実験では、鋼球はできるだけゆっくり動かすようにし、幅の測定は円柱底面の中心近傍において数回行うようにした。このようにして測定された幅を平均化して両物体の接触直径 $2a$ とした。

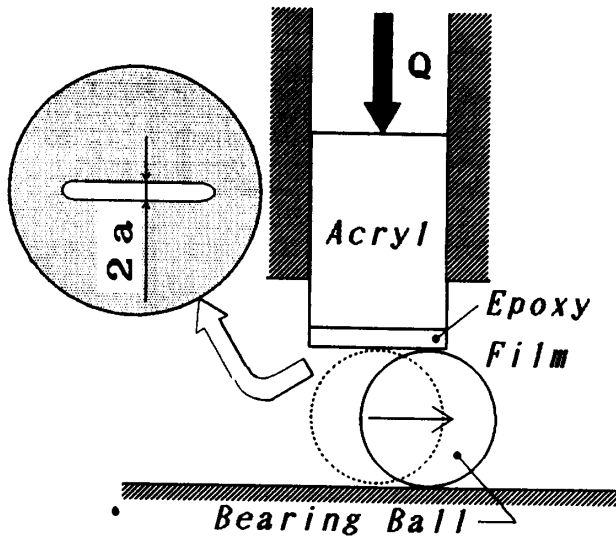


図5 実験方法

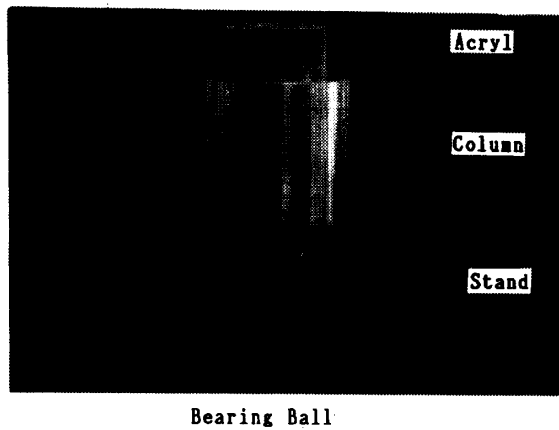


図6 実験装置状態図

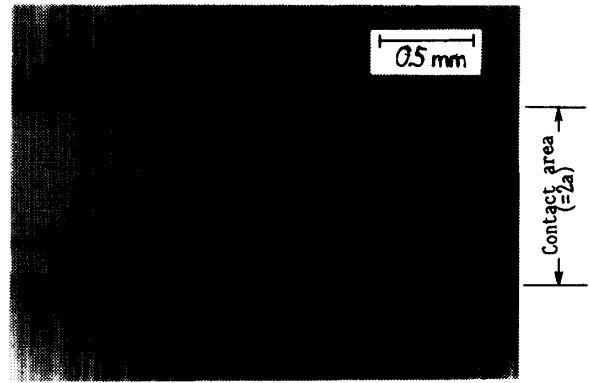


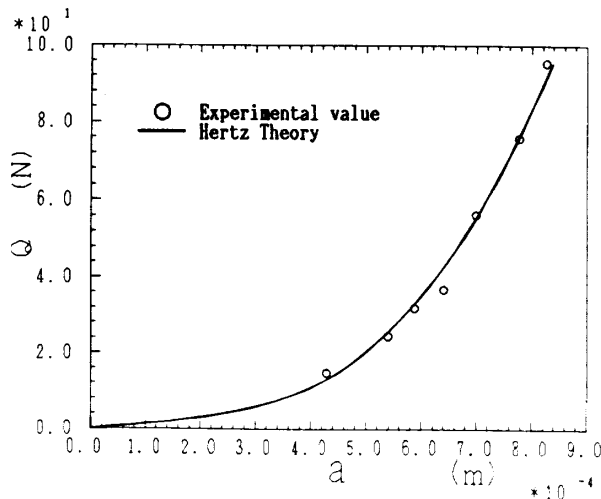
図7 接触痕幅

3.2 実験結果と考察 まず本研究手法の有効性を明かにするのに、単層体どうしの接触モデルについて実験を行った。接触物体は直径76.2mmのベアリング鋼球と直径70.9mmのアクリル円柱である。ただし、ベアリング鋼球に対するヤング率、ポアソン比の値は、 $E_1 = 206.0$ (GPa), $\nu_1 = 0.3$ を、アクリルのポアソン比は $\nu_2 = 0.413$ を用いた。実験は1つの荷重につき5回行い、 $2a$ の値はそれらの平均をとった。以上のことを荷重を変えて数回行った。

表1には、実験により得られた $2a$ の値と荷重 Q および別個に実施した圧縮試験により得られた E_2 の値を用い、Hertzの接触論を利用して求めた $2a$ の値を示した。また図8には、これらの荷重 Q - 接触半径 a 曲線を示す。以上の結果より実験値と Hertzの接触論における理論値はよく一致していることがわかる。そして得られたデータを最小二乗近似することにより曲線の形を求め、アクリル円柱のヤング率の推定を行った。表2には、推定したアクリルのヤング率の値とあらかじめ圧縮試験により求めた値を示す。この表より両者の値はほぼ一致していることがわかる。

表1 接触直径 $2a$ の比較

Load Q (N)	14.72	24.43	31.84	36.75	56.32	75.90	95.50
Contact diameter $2a$ (mm) (Experimental value)	0.857	1.079	1.175	1.281	1.399	1.554	1.653
Contact diameter $2a$ (mm) (Hertz Theory)	0.898	1.064	1.162	1.219	1.405	1.552	1.675

図8 鋼球とアクリル円柱の接触における Q - a 曲線

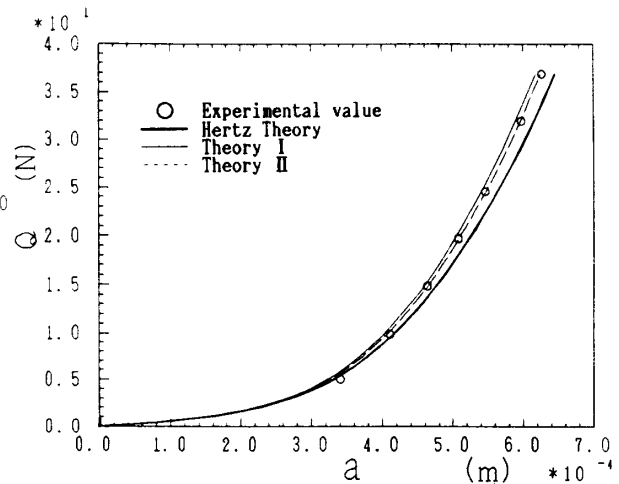
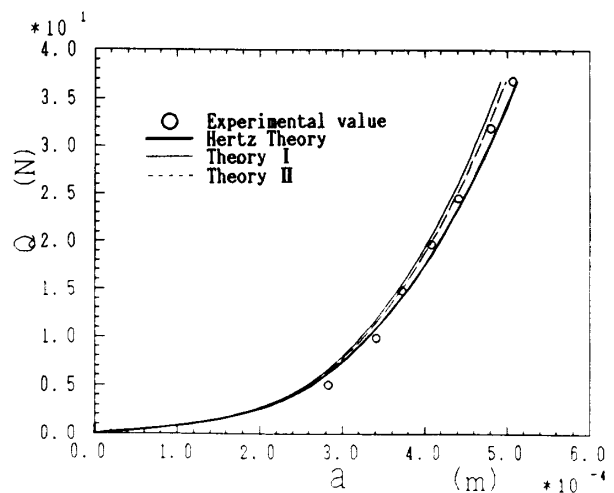
次に、単層体と2層体間の接触モデル実験について述べる。実験は、直径76.2mmおよび直径38.1mmの2種類のベアリング鋼球と、アクリル円柱に厚さ0.25mmのエポキシ膜（膜厚は当初数mm厚の試料を切削加工とサンドペーパーによって所定の寸法のものに仕上げた）を接着したものを用いた。実験により得られた $2a$ と、負荷荷重 Q および別個に実施した3点曲げ試験により得られた E の値を用い、Hertzの接触論を利用して求めた $2a$ （円柱がすべて膜材で出来ているとして近似したもの）、さらに前章で述べた近似解法の理論Ⅰ、理論Ⅱによるそれらの値を表3に示す。また、荷重 Q -接触半径 a 曲線を図9、図10に示す。

これらの結果より、実験値は低荷重域を除いて全体的にHertzの解よりも本近似解法における解に近く、また理論Ⅰにおける解よりも理論Ⅱにおける解のほうがより一致している。

そして、このようにして得られたデータからエポキシ膜のヤング率の推定を試みた。ただし本モデルの推定法においては荷重 Q が接触半径 a についての超越方程式になるため Q - a 曲線の形を最小二乗近似により求めることは不可能であり、従ってここでは得られたデータに対し個別に逆解析を行い、それらの値を平均することによりヤング率の推定値とした。推定したエポキシ膜のヤング率の値と3点曲げ試験によって測定したヤング率の値を表4に示す。この表よりHertzの理論における逆解析解よりも本近似解法による逆解析解のほうが3点曲げ試験により得られた値に近く、特に理論Ⅱから逆解析した値は比較的良好に一致していることがわかる。

表2 円柱のヤング率の値の比較

Experimental value	(GPa)	3.954
Compression test	(GPa)	3.932

図9 荷重 Q -接触半径 a 曲線 ($R_1=38.1\text{mm}$)図10 荷重 Q -接触半径 a 曲線 ($R_1=19.05\text{mm}$)

4. 結 言

本研究では、2層弾性体の軸対称接触問題に対する近似解法を応用して、薄膜のヤング率を簡便に推定する方法を提案した。そして、実験を行うことにより、その推定の妥当性を吟味し、以下のことが明らかになった。

表3 接触直径2aの比較

(a) $R_1 = 38.1\text{mm}$ モデルの場合

Load Q (N)	5.01	9.87	14.84	19.70	24.55	31.96	36.87
Contact diameter 2a (mm) (Experimental value)	0.681	0.822	0.928	1.017	1.093	1.195	1.254
Contact diameter 2a (mm) (Theory I)	0.646	0.804	0.918	1.007	1.081	1.179	1.235
Contact diameter 2a (mm) (Theory II)	0.653	0.814	0.929	1.019	1.094	1.192	1.249
Contact diameter 2a (mm) (Hertz Theory)	0.664	0.832	0.953	1.048	1.127	1.231	1.291

(b) $R_1 = 19.05\text{mm}$ モデルの場合

Load Q (N)	5.01	9.87	14.84	19.70	24.55	31.96	36.87
Contact diameter 2a (mm) (Experimental value)	0.566	0.682	0.745	0.816	0.883	0.961	1.015
Contact diameter 2a (mm) (Theory I)	0.516	0.643	0.734	0.804	0.863	0.941	0.985
Contact diameter 2a (mm) (Theory II)	0.521	0.649	0.742	0.813	0.873	0.952	0.997
Contact diameter 2a (mm) (Hertz Theory)	0.527	0.660	0.757	0.831	0.895	0.977	1.025

表4 ヤング率の比較

Experimental value (GPa) ($R_1 = 38.1\text{mm}$)			Experimental value (GPa) ($R_1 = 19.05\text{mm}$)		
Theory I	Theory II	Hertz	Theory I	Theory II	Hertz
2.946	3.314	3.630	2.856	3.190	3.503

3-point bending test 3.364 (GPa)

(1) 本実験法により、単層体どうしの接触モデルの場合、比較的簡単にかなり良い精度で一方の物体のヤング率の値を推定できることが明かになった。

(2) 2層弾性体の軸対称接触問題の近似解法を利用した推定法は、Hertzの理論から導かれる推定法よりも精度が良く、薄膜のヤング率の評価法として有効な手法であることを確認した。

終わりに、本研究を推進するにあたり、当時卒業研究生であった阿部新吾君には特に実験面で大変な協力

を受けた。ここに謝意を表したい。

文 献

- (1) Allen, M.G. and Mehregany, M., Applied Physics, 51(1987), 241.
- (2) Brotzen, F.R. and Rosenmayer, C.T., Thin Solid Films, 166(1988), 291.
- (3) 尾田. 他, 機論, 57-535, A(1991), 686.
- (4) 尾田. 他, 機論, 投稿中(No.91-0055).