

Für χ ergibt sich der zweite Ausdruck:

$$\chi = \chi_0 - \frac{D}{p^2 K} \varphi_\infty \int_0^t \Phi(\omega) d\omega.$$

Setzen wir: $\alpha'_1 = \alpha_1 + \nu_1$, $\alpha'_2 = \alpha_2 + \nu_2$,

so wird:
$$p^2 = \alpha'_1 \alpha'_2 - (\alpha'_1 \nu_2 + \alpha'_2 \nu_1),$$

$$2q = -(\alpha'_1 + \alpha'_2) + \nu_1 + \nu_2,$$

$$i \frac{C}{K} = \alpha'_1 \alpha'_2 \varphi_\infty - (\alpha'_1 \nu_2 + \alpha'_2 \nu_1) \varphi_\infty - \alpha'_1 \alpha'_2 \chi_0.$$

Gleichungen, durch welche in Verbindung mit den für ν_1 , ν_2 und χ gegebenen Ausdrücken der Einfluss der elastischen Nachwirkung auf die zu messenden Constanten bestimmt wird.

VIII. *Ueber wässerige Lösungen;* von J. A. Groshans.

I. Allgemeine Betrachtungen.

Die Dichte einer Lösung, in welcher p Theile irgend eines löslichen Körpers in $(100 - p)$ Theilen Wassers gelöst sind, kann man mit grosser Annäherung nach der folgenden Interpolationsformel:

$$d = 1 + \frac{\alpha}{\frac{100 - p}{p} + \beta}$$

berechnen. Setzt man $p = 1$ und führt für $100 - p$ die Bezeichnung aq (aqua) ein, so gilt also die vereinfachte Formel

$$d = 1 + \frac{\alpha}{aq + \beta}$$

für eine Lösung, welche einen Theil (ein Gramm) in der durch aq bezeichneten Anzahl von Grammen Wasser gelöst enthält. Gewöhnlich nimmt man als Einheit der Dichte die des Wassers bei der Versuchstemperatur t an.

In den Beobachtungen von Kremers ist die Wassermenge constant = 100; man hat demnach bei Anwendung der obigen Formel:

$$aq = \frac{100}{p}$$

zu setzen.

Für den Fall, dass die Lösungen ein Molecül des löslichen Körpers auf A Molecüle Wasser enthalten, kann man von der Formel

$$d = 1 + \frac{a\alpha}{18(A + \lambda)}$$

Gebrauch machen, welche dieselben Werthe von d gibt, wie die Formel mit aq ; a ist das Moleculargewicht des löslichen Körpers, 18 dasjenige des Wassers; λ ist $= a/18 \cdot \beta$.

Wir lassen zunächst die Anwendung der Formel auf die Versuche von Gerlach mit Lösungen von Zucker $C^{12}H^{22}O^{11}$ folgen.

Aus den beiden Beobachtungen:

p	aq	beob. Dichte
25	3	1,105 995
10	9	1,040 104

erhält man:

$$\alpha = 0,387\ 077; \quad \log \alpha = 9,587\ 798\ 0$$

$$\beta = 0,651\ 849; \quad \log \beta = 9,818\ 147\ 2$$

Zwischen den Grenzen $p = 25$ und $= 10$ gibt die Formel:

p	aq	beob. Dichte	ber. Dichte	Diff.
20	4	1,083 234	1,083 209	+0,000 025
15	$5^{2/3}$	1,061 278	1,061 260	+0,000 018

Die Formel kann innerhalb eines kleinen Intervalles auch noch oberhalb und unterhalb der angegebenen Grenzen angewandt werden, wie aus der folgenden Tabelle hervorgeht.

p	aq	beob. Dichte	ber. Dichte	Diff.
5	19	1,019 686	1,019 696	-0,000 010
30	$2^{1/3}$	1,129 586	1,129 666	+0,000 080
35	$13/7$	1,154 033	1,154 276	+0,000 143
40	1,5	1,179 358	1,179 381	+0,000 523

Würde aq den Werth 0 annehmen, so würde die Formel das specifische Gewicht des gelösten Körpers im wasserfreien Zustande bezeichnen:

$$d = 1 + \frac{\alpha}{\beta} = \delta.$$

In einigen Fällen stimmt dieser Werth von δ mit dem direct beobachteten specifischen Gewicht des löslichen Körpers nahezu überein. Indessen ist es klar, dass δ sich je

nach der Wahl der zur Bestimmung von α und β verwandten beobachteten Dichten etwas ändern muss.

Um nur ein Beispiel zu geben, so ist das spezifische Gewicht des krystallisirten Zuckers = 1,59 (Marignac); die oben aufgestellte Formel, berechnet nach $p = 25$ und 10, gibt $\delta = 1,5938$, nach $p = 75$ und 50, $\delta = 1,5666$. Für $aq = \infty$, (d. h. sehr gross oder etwa hinreichend gross) verschwindet die Constante β ; alsdann ist 1) $d = 1$, Dichte des reinen Wassers, 2) $aq(d - 1) = \alpha$; für die A enthaltenden Formeln findet man in diesem Fall:

$$18 A(d - 1) = \alpha \alpha.$$

Die Werthe α und $\alpha \alpha$ stehen in directer Beziehung mit einer interessanten Eigenthümlichkeit löslicher Körper, die man mit dem Namen „Rest“ bezeichnen könnte.

Thomsen scheint zuerst die Aufmerksamkeit auf diese „Reste“ gelenkt zu haben, welche vielfach die Untersuchung von Lösungen erleichtern und dazu dienen können, die als „Contraction der Lösungen“ bezeichnete Erscheinung nachzuweisen und zugleich zu messen. Man kann die Reste nach der Formel:

$$r = \frac{18A + a}{d} - 18A$$

berechnen. Diese lässt sich umwandeln in:

$$d = 1 + \frac{a - r}{18 \left(A + \frac{r}{18} \right)},$$

und ergibt ein Blick auf die oben aufgestellte Formel

$$d = 1 + \frac{\alpha \alpha}{18(A + 1)}$$

die grosse Aehnlichkeit beider. Man würde gewiss versucht sein, $\alpha \alpha$ mit $a - r$ gleich zu setzen, wenn nicht die Erwägung davon zurückhielte, dass $\alpha \alpha$ als eine Constante anzusehen ist, während doch r variabel zu sein scheint, und zwar abhängig von dem Werthe von A .

Die Schwierigkeit verschwindet, sobald in beiden Formeln $A = \infty$ wird. Alsdann hat man:

$$18 A(d - 1) = a - r,$$

wie schon für die andere Formel die Beziehung $18A(d-1) = a\alpha$ gegeben war. Daraus folgt:

$$a\alpha = a - r; \quad r = a - a\alpha; \quad r = a(1 - \alpha);$$

$$r/a = 1 - \alpha = \rho; \quad r = a\rho;$$

ρ würde den Rest für 1 g eines in einer sehr grossen Wassermenge gelösten Körpers bezeichnen. Die Zahl 1 in $\rho = 1 - \alpha$ ist ein Cubikcentimeter. Auch noch auf andere, vielleicht regelrechtere Weise gelangt man zu ganz denselben Formeln.

Durch Verbindung von:

$$d = 1 + \frac{\alpha}{aq + \beta} \quad \text{und} \quad \rho = \frac{aq + 1}{d} - aq$$

erhält man:

$$\rho = 1 - \alpha \frac{aq + 1}{aq + \alpha + \beta}.$$

Ist $aq = \infty$, so hat man $\rho = 1 - \alpha$ für ein Gramm des gelösten Körpers und für ein Molecül (a Gramm) $r = a\rho = a - a\alpha = a(1 - \alpha)$. Für $aq = 0$ würde $\rho = 1 - \alpha/(\alpha + \beta)$ sein. Die letztere Formel gibt ein Maximum, wenn $\alpha + \beta - 1 = \varepsilon$ eine positive Grösse ist.

Wie die Beobachtung zeigt, sind α und β für Lösungen, deren Dichte grösser ist als die des Wassers, beide positiv und ebenso auch ε .

Für den Fall, dass man bei irgend einem Körper:

$$\alpha + \beta = 1$$

haben würde, hätte man ebenso wenig eine Zusammenziehung wie eine Ausdehnung der Lösung; ρ wäre dann auch constant (infolge dessen auch r). Ungefähr scheint dies so, nach Thømsen, bei der Ueberjodsäure, JO^6H^5 zu sein. Wie aus der Formel hervorgeht, nimmt zwischen den beiden Grenzwerten (0 und ∞) ρ mit zunehmendem aq ab. Der Werth von ρ (d. h. hier nur von dem constanten Werth von ρ , für $aq = \infty$) hängt von α ab, wie man aus $\rho = 1 - \alpha$ ersieht. Es lassen sich hier zwei Fälle unterscheiden, jenachdem α positiv oder negativ ist.

1) α ist positiv bei den Lösungen, deren Dichte grösser ist als die des Wassers; meist ist α kleiner, als 1; sodass also ρ und r positiv sind; r ist dann kleiner als a . In

einigen wenigen Fällen ist α grösser als 1; dann sind ρ und r negativ. Thomsen hat einige Beispiele beobachtet, in denen die Reste r negativ sind.

2) α ist negativ für Lösungen, deren Dichte unter der des Wassers liegt, z. B. bei NH^4OH ; hier ist ρ positiv und grösser als 1; daher r grösser als α . Für die Lösung von NH^4OH ist der Ausdruck:

$$\alpha + \beta - 1 \quad \text{negativ.}$$

Nach den Beobachtungen von Thomsen hat man bei NH^4OH für $\alpha = -0,16285$; für $\beta = -2,08029$; $\alpha + \beta = -2,24$. Lässt man den Fall

$$aq = -(\alpha + \beta) = +2,24$$

ausser acht, so nehmen die Werthe von ρ mit zunehmendem aq ab, wie aus den folgenden Berechnungen hervorgeht.

$$\begin{aligned} aq = 15, \quad \rho = 1,20; \quad aq = 30, \quad \rho = 1,18, \\ aq = 50, \quad \rho = 1,17; \quad aq = \infty, \quad \rho = 1,16. \end{aligned}$$

Bekanntlich haben einige Beobachter gezweifelt, ob die Lösung von NH^4OH der Contraction unterworfen sei.

Die Versuche von Gerlach über Zuckerlösung mögen als Beispiel für die allmähliche Abnahme der Reste bis zu dem constanten Werthe dienen.

Tabelle 1.
Zuckerlösung. Versuche von Gerlach.

p	A	beob. Dichte	Reste
75	$6\frac{1}{3}$	1,383 342	215,64
50	19	1,232 748	214,48
25	57	1,105 995	210,88
10	171	1,010 404	210,13
5	361	1,019 686	209,95
4	456	1,015 691	209,91
3	$614\frac{1}{3}$	1,011 725	209,88
2	931	1,007 788	209,85
1	1881	1,003 880	209,82

Ausserdem findet man nach den correspondirenden Dichten bei $p = 10$ und 25 (vergleiche die oben nach diesen Dichten berechnete Formel) für $A = \infty$:

$$a\alpha = 132,378; \quad r = 342 - a\alpha = 209,62.$$

Es muss noch bemerkt werden, dass die in der Tabelle gegebenen Dichten nicht etwa durch Interpolation oder aus einer kleinen Anzahl von Versuchen erhaltene Werthe sind; vielmehr sind sämtliche Dichten, selbst für jedes Hundertel von p , die Resultate einer oder mehrerer Wägungen. Daher dürfte man hier auch mit Angabe von sechs Decimalen kaum zu weit gehen.

Uebrigens gibt es unter den Versuchen von Gerlach über eine Menge von Lösungen noch andere Körper, ausser dem Zucker, für welche die Interpolationsformel mit α und β bis zur vierten Decimale incl. übereinstimmende Werthe gibt. Man kann sich in folgender Weise eine Anschauung von dem „Rest“ (bezeichnet mit ρ oder r) bilden. In einer grossen Wassermasse (1000 oder mehrere 1000 l) sei ein Gramm irgend eines löslichen Körpers gelöst, oder besser noch ein Molecül, d. h. α Gramm; dann wird das Volumen des Wassers durch den Vorgang der Lösung eine kleine dauernde Veränderung erleiden, welche entweder in einer Zunahme oder in einer Abnahme besteht.

Diese Aenderung wird durch den Rest festgestellt.

2. Eigenthümlichkeiten der Zahlen $\alpha\alpha = \alpha - r$.

Zwei verschiedene Körper, z. B. NaBr und MgCl² oder BaN²O⁶ und SrBr², haben oft fast dieselbe Interpolationsformel:

$$d = 1 + \frac{\alpha\alpha}{18(A + \lambda)}.$$

Daraus folgt also, dass bei gleichen A , A' die Lösungen dieser ähnlichen Körper dieselben Dichten haben werden. Für zwei ähnliche Körper sind die Werthe $\alpha\alpha$ vollständig gleich.

Was die beiden Constanten λ anbetrifft (λ ist $= \alpha/18 \cdot \beta$), so sind sie auch gleich, oder doch nur wenig verschieden; aber da diese Constanten eine geringere Bedeutung haben, so ist auf dieselbe in der Tabelle A.B, welche acht je aus zwei Körpern bestehende Gruppen enthält, nicht besonders Rücksicht genommen.

Für die einzelnen Gruppen hat man resp.:

$$a\alpha = a'a'.$$

Tabelle AB.

Nr. der Gruppe	Körper	a	α	$a\alpha$	$a\alpha$ Mittelwerth
1	LiNO ³	69	0,58110	40,10	40,65
	NaCl	58,5	0,70424	41,20	
2	MgCl ²	95	0,82556	78,43	78,47
	NaBr	103	0,76233	78,52	
3	KJ	166	0,72594	120,52	120,83
	ZnCl ²	136	0,89084	121,15	
4	CdCl ²	183	0,83959	153,65	152,38
	MgBr ²	184	0,82127	151,11	
5	CaBr ²	200	0,82454	164,91	166,22
	SrN ² O ⁶	211,6	0,79176	167,53	
6	BaN ² O ⁶	261	0,81094	211,65	211,37
	SrBr ²	247,6	0,85261	211,10	
7	CdBr ²	272	0,83462	227,02	226,93
	MgJ ²	278	0,81600	226,84	
8	SrJ ²	341,6	0,82945	283,44	283,85
	PbN ² O ⁶	331	0,85883	284,27	

Die Werthe α und $a\alpha$ dieser Tabelle sind nach Versuchen von Kremers berechnet; die folgende Tabelle enthält die beiden Versuche, welche für jeden Körper die Constante α gegeben haben; die Dichten d sind in gebräuchlicher Weise mit vier Decimalen wiedergegeben.

Tabelle 3.

Versuche von Kremers; Wasser = 100.

Nr. der Gruppe	Körper	Erster Körper der Gruppe		Zweiter Körper der Gruppe	
		p	d	p	d
1	LiNO ³	12,7	1,0689	6,84	1,0460
	NaCl	79,4	1,3194	36,11	1,2036

Nr. der Gruppe	Körper	Erster Körper der Gruppe		Zweiter Körper der Gruppe	
		p	d	p	d
		2	MgCl ² Na.Br	22,0 35,5	1,1592 1,2388
3	KJ ZnCl ²	22,06 143,88	1,1494 1,7105	16,7 38,8	1,1331 1,2714
4	CdCl ² MgBr ²	17,508 71,311	1,1402 1,5000	12,2 88,6	1,0965 1,5693
5	CaBr ² SrN ² O ⁶	17,65 77,04	1,1386 1,5214	23,21 59,21	1,2027 1,3862
6	BaN ² O ⁶ SrBr ²	1,80 9,01	1,0145 1,0707	16,15 98,13	1,1327 1,6809
7	CdBr ² MgJ ²	33,048 92,616	1,2570 1,6413	14,2 100,5	1,1121 1,6623
8	SrJ ² PbN ² O ⁶	27,5 58,4	1,2160 1,4329	11,10 59,02	1,0931 1,4496

Von meiner ursprünglichen Absicht, in einer Spalte der Tabelle die Werthe für aq besonders zu geben, um einer möglichen Verwechslung vorzubeugen, weil aq in verschiedener Weise berechnet wird (bei Gerlach $aq = (100 - p)/p$; bei Kremers $aq = 100/p$), habe ich abgesehen; denn selbst wenn man ungewiss wäre, ob ein bestimmter Versuch von Gerlach oder von Kremers herrührt, würden die beiden verschiedenen Werthe von aq denselben Werth für α geben; man kann also diejenige Methode zur Berechnung wählen, welche am bequemsten erscheint.

Die Constante β differirt je nach den beiden verschiedenen Werthen von aq genau um eine Einheit; würde man eine Beobachtung von Kremers nehmen und die Berechnung nach den Beobachtungen von Gerlach durchführen, so würde man β um eine Einheit zu gross finden. Aus diesem grossen Unterschiede könnte man mit Bestimmtheit auf den Namen des wirklichen Beobachters schliessen.

Das sind die mathematischen Consequenzen der Formel

$$d = 1 + \frac{\alpha}{a\alpha + \beta},$$

und diese lassen gleichzeitig den physikalischen Charakter der beiden Constanten α und β hervortreten. Nach der Tabelle AB kann man sich über die Eigenthümlichkeiten der Zahlen $a\alpha$ klar werden.

Wir geben dafür ein Beispiel:

Gruppe	Ein Körper von jeder Gruppe	$a\alpha$ Mittelwerth	Gruppe	Ein Körper von jeder Gruppe	$a\alpha$ Mittelwerth
8	SrJ ²	283,85	7	MgJ ²	226,93
6	SrBr ²	211,37	4	MgBr ²	152,38
$J^2 - Br^2 = 72,48$				$J^2 - Br^2 = 74,55$	

Als das Resultat dieser Vergleichung ergibt sich die Beziehung:

$$R(J^2 - Br^2) = J^2 - Br^2 = \text{const.},$$

und zwar werden wir für die Constante vorläufig den Werth 73,80 annehmen.

Ein weiteres Beispiel ist:

Gruppe	Ein Körper von jeder Gruppe	$a\alpha$ Mittelwerth	Gruppe	Ein Körper von jeder Gruppe	$a\alpha$ Mittelwerth
4	MgBr ²	152,38	7	CdBr ²	226,93
2	MgCl ²	78,47	4	CdCl ²	152,38
$Br^2 - Cl^2 = 73,91$				$Br^2 - Cl^2 = 74,55$	

Die Gruppen 7 und 4 konnten zweimal zur Verwendung kommen; aus dieser Vergleichung folgt in evidenten Weise:

$$R(J^2 - Br^2) = R(Br^2 - Cl^2) = J^2 - Br^2 = Br^2 - Cl^2 = 73,80.$$

Allgemein findet man, wenn die Werthe für $a\alpha$ bei drei Körpern mit J, Br und Cl vergleichbar sind:

$$J^n - Br^n = Br^n - Cl^n = n \times 36,90.$$

Hierfür gibt Tabelle AB ein Beispiel, wenn $n = 1$ ist:

Gruppe	Ein Körper von jeder Gruppe	$a\alpha$
2	NaBr	78,47
1	NaCl	40,65
$Br - Cl = 37,82$ (36,90)		

Im allgemeinen kann man aus den Beobachtungen von Gerlach, Kremers und Thomsen über die Dichten der Lösungen von Körpern RX^1 und RX^2 die folgende Thatsache schliessen: (unter X^1 , resp. X^2 hat man ein-, resp. zwei-

mal Cl, Br, J oder NO₃ zu verstehen; B in RX¹ ist H, Li, Na oder K; R in RX² ist ein Metall, wie Mg, Ca, Zn etc.)

Jedes Element (C, H, O, Cl, Br, J, N, S etc. und die Metalle) wird in der Grösse $\alpha\alpha$ derjenigen Verbindung, in welche es eingetreten ist, durch eine gewisse constante Zahl repräsentirt. Diese Zahl ist einem jeden Element eigenthümlich, doch können zwei oder drei Elemente dieselbe Zahl haben.

Hierin hat man denn auch den Grund dafür zu suchen dass man unter den Werthen von $\alpha\alpha$ gleiche Differenzen findet, wenn zwei Körper dasselbe Metall mit J² und Br², oder mit Br² und Cl² enthalten. Oben war schon ersichtlich, dass man verschiedene Schlüsse aus dem Vergleich von denselben zwei Gruppen ziehen kann, wenn man die eine jede Gruppe bildenden Körper variiren lässt.

Auf dieselbe Weise gelangt man zu noch weiteren Folgerungen, wie aus dem folgenden Beispiel hervorgeht.

Gruppe	Ein Körper von jeder Gruppe	$\alpha\alpha$	Gruppe	Ein Körper von jeder Gruppe	$\alpha\alpha$
8	PbN ² O ⁶	283,85	7	CdBr ²	226,93
6	BaN ² O ⁶	211,37	4	MgBr ²	152,38
	<hr/> Pb - Ba = 72,48			<hr/> Cd - Mg = 74,55	

Somit existirt die Differenz 73,80 nicht nur für:

$$J^2 - B^2 = Br^2 - Cl^2,$$

sondern auch für:

$$Pb - Ba \text{ und } Cd - Mg.$$

Man ist gewöhnt, J, Br, Cl als eine zusammengehörige Gruppe von Körpern zu betrachten, und ist, wie man sich überzeugt hat, die Constante 36,90 für J - Br und Br - Cl gleich.

Ebenso können Ba, Sr, Ca als zu einer Gruppe von Metallen gehörig angesehen werden; und hier tritt dieselbe Erscheinung hervor; indessen ist die Constante eine andere.

Gruppe	Ein Körper von jeder Gruppe	$\alpha\alpha$	Gruppe	Ein Körper von jeder Gruppe	$\alpha\alpha$
6	BaN ² O ⁶	211,37	6	SrBr ²	211,37
5	SrN ² O ⁶	166,22	5	CaBr ²	166,22
	<hr/> Ba - Sr = 45,15			<hr/> Sr - Ca = 45,15	

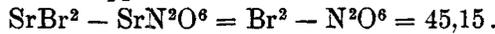
Somit hat man:

$$Ba - Sr = Sr - Ca = 45,15.$$

Aus den vorausstehenden Beobachtungen kann man ohne weiteres schliessen:

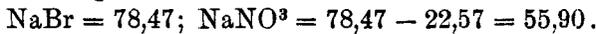


X^2 wird in den drei Verbindungen dieselbe Bedeutung haben müssen. Durch analoge Vergleichen lässt sich der Werth von $\alpha\alpha$ für einen Körper mit Hülfe der entsprechenden Werthe für zwei andere Körper verificiren. Weiter folgt noch aus den Gruppen 6 und 5:



Somit: $\text{Br} - \text{NO}^3 = 22,57.$

Danach lässt sich also der Werth von $\alpha\alpha$ berechnen, welchen NaNO^3 haben würde, eine Verbindung, die in Tabelle AB nicht mit aufgeführt ist.



In betreff der Werthe $\alpha\alpha$ kommt man zu dem Schluss:



und ebenso: $2\text{R.Br}^2 = \text{R.J}^2 + \text{R.Cl}^2.$

Für den letzten Fall gibt Tabelle AB ein Beispiel:

Gruppe	Ein Körper der Gruppe	$\alpha\alpha$	Gruppe	Ein Körper von jeder Gruppe	$\alpha\alpha$
4	MgBr^2	152,38	7	MgJ^2	226,93
	$2\alpha\alpha$	= 304,76	2	MgCl^2	78,47
				Summe	305,40

Die Grenzen dieser Abhandlung gestatten eine allzugrosse Anhäufung von Beispielen nicht; man sieht schon, dass sich mit Leichtigkeit eine Tabelle wie AB herstellen lässt. Körper, welche eine Gruppe bilden, lassen sich voraussehen, und ebenso werden dort neue Gruppen eingeschoben werden können, wie z. B.:



und zu der Gruppe 3 ($\text{KJ} \dots \text{ZnCl}^2$) könnte man CaN^2O^6 , ferner zu der Gruppe 4 ($\text{CdCl}^2 \dots \text{MgBr}^2$) die Verbindung ZnN^2O^6 zufügen. Nur fehlen bis jetzt noch für mehr Körper die nöthigen experimentellen Daten. Ich gestatte mir hier die Bemerkung, dass man bei der Berechnung der Werthe von $\alpha\alpha$ nicht unterschiedslos von den Dichtebestimmungen von Lösungen, wie sie sich in wissenschaftlichen Journalen

finden, Gebrauch machen darf; denn allen Beobachtungen kann man nicht den Grad der Genauigkeit zuschreiben, wie denjenigen von Gerlach; Kremers und Thomsen; es dürfte daher zuweilen nothwendig sein, die Resultate verschiedener Beobachter für denselben Körper vergleichen zu können.

Die Tabelle A B enthält die Werthe von $a\alpha$ für sechzehn Körper. Natürlich könnte man unter der Voraussetzung, dass eine genügende Anzahl ähnlicher Werthe zur Verfügung stände, die jedem Element eigenthümlichen Zahlen finden. Vergleicht man nämlich die Werthe für $a\alpha$, so beobachtet man ähnliche Beziehungen, wie die folgenden:

$$\text{Mg} = \text{K}, \text{Na} = \text{Cl} \text{ etc.}$$

Aus der Vergleichung zweier Körper der Tabelle findet sich für J:

$$J = \text{Mg}J^2 - \text{K}J,$$

J gibt wieder Br und Cl:

$$\text{Br} = J - 36,90; \quad \text{Cl} = J - 73,80.$$

Gleichzeitig wird man zu der Ueberzeugung kommen, dass man zu einem jeden Werth von $a\alpha$ der Tabelle (und der anderen Körper RX^1 und RX^2) einen bestimmten constanten Betrag zufügen muss, dessen Grösse man feststellen kann.

Ueberblicken wir noch einmal die Beobachtungen von Gerlach über Zuckerlösungen, so ergibt sich uns leicht der Nachweis der folgenden Thatsachen.

1) Alle Differenzen der Werthe von $a\alpha$ in der Tabelle A B sind Multipla von $7,38 = 6 \cdot 1,23$.

2) Allen Werthen von $a\alpha$ muss man die Constante $18M$ zufügen; für die Körper der Tabelle A B und für alle Körper RX^1 und RX^2 ist $M = 1$.

3) Ist $a\alpha$ für einen Körper mit einem genügenden Grad von Genauigkeit bestimmt, so erhält man für die Verbindungen RX^1 und RX^2 aus der Formel:

$$B = \frac{a\alpha + 18}{7,38}$$

Werthe, welche sich irgend einer ganzen Zahl so sehr nähern, dass diese ganze Zahl (B) selbst nicht zweifelhaft ist.

Die obige Formel:

$$d = 1 + \frac{a\alpha}{18(A + \lambda)}$$

kann in einfacher Weise auf die Form:

$$d = \frac{18A + (a\alpha + 18\lambda)}{18(A + \lambda)}$$

gebracht werden. Man muss also $18 \cdot \lambda$ den Werthen von $a\alpha$ zufügen; λ (welches an Stelle von M tritt) ist = 1 für alle Körper der Tabelle AB. Die folgende Tabelle enthält die Werthe von B für die mittleren der acht Gruppen der Tabelle AB, berechnet nach der Formel:

$$B = \frac{a\alpha + 18}{6 \times 1.23}$$

Gleichzeitig ist der Werth der Constante 1,23 beigefügt, der mit γ bezeichnet ist. Dieser constante Coëfficient von B bei Lösungen ist nach der Formel:

$$\gamma = \frac{a\alpha + 18}{6B}$$

berechnet, wobei für B die als die richtige angenommene ganze Zahl gesetzt ist.

Tabelle BB.

Gruppe	$a\alpha$ Mittelwerth	B		Werth von γ
		nach der Formel	richtiger Werth	
1	40,65	7,95	8	1,222
2	78,47	13,07	13	1,237
3	120,83	18,81	19	1,218
4	152,38	23,09	23	1,235
5	166,22	24,96	25	1,228
6	211,37	31,08	31	1,232
7	226,93	33,19	33	1,237
8	283,85	40,90	41	1,227

Mit Hülfe der Werthe für B und der Tabelle BB und anderer analoger Werthe für Verbindungen RX^1 und RX^2 sind bestimmte Zahlen B (Densitätszahlen)¹⁾ für jedes in der Tabelle AB erwähntes Element berechnet und in der folgenden Tabelle zusammen gestellt worden.

1) Die Bezeichnung „Densitätszahlen“ für eine bestimmte Eigenthümlichkeit der Elemente wird zum ersten mal in einer kleinen Broschüre des Verfassers angewandt. (Ein neues Gesetz, analog dem Gesetz von Avogadro von J. A. Groshans, Deutsch v. Fr. Roth, Leipz., J. A. Barth, 1882.)

Tabelle 5.

Körper	B	Körper	B	Körper	B
O	1	Ca	7	Cd	15
Li	2	Br	9	Ba	19
N	3	Zn	11	Pb	29
Na = Cl	4	Sr	13	—	—
K = Mg	5	J	14	—	—

Dieser Tabelle ist unter Anwendung der erhaltenen Formeln auf Zucker zuzufügen $C = 1$ und $H = 1$, folglich für jede Verbindung $C^p H^q O^r$:

$$B = p + q + r$$

und speciell für Wasser H^2O :

$$B = 2 + 1 = 3,$$

demnach für A Wassermolecüle:

$$B = 3A.$$

Die Elemente gehen also in $\alpha\alpha$ ein mit der Zahl $6 \times 1,23B$ und die Unterschiede für zwei Werthe von $\alpha\alpha$ (der Tabelle A.B) können durch:

$$\text{Diff.} = 6 \times 1,23 (B - B')$$

ausgedrückt werden, in welcher Formel B und B' die Densitätszahlen der beiden Elemente sind, welche in die Verbindung der beiden Vergleichskörper eingehen.

Aus der Formel:

$$d = \frac{18A + (\alpha\alpha + 18\lambda)}{18(A + \lambda)}$$

folgt weiter der Satz:

Die Dichten der Lösungen sind proportional: direct den Summen $B + B'$ der Wassermolecüle ($3A$) und des gelösten Körpers $= B'$; dieser letztere enthält den Coëfficienten $\gamma = 1,23$, sodass also die Dichten direct proportional sein werden:

$$3A + B\gamma;$$

indirect der Anzahl A der Wassermolecüle; dieses A ist um eine bestimmte ganze Zahl vermehrt, welche je nach der Natur des gelösten Körpers verschieden ist; diese ganze Zahl wird durch M ersetzt werden.

Es enthält nämlich die vorausgehende Formel für die Dichten einen nunmehr unnöthig gewordenen Factor, 18, das Moleculargewicht des Wassers.

Man kann also Zähler und Nenner durch 18 dividiren, und wird der Bruch alsdann:

$$d = \frac{A + \frac{a\alpha + 18\lambda}{18}}{A + \lambda}.$$

Der Zähler soll die Summen der Densitätszahlen $3A + B\gamma$ ausdrücken, und hat man denselben daher mit 3 zu multipliciren, da:

$$\frac{a\alpha + 18\lambda}{18} = \frac{B\gamma}{3} \text{ ist.}$$

Ebenso muss man dann aber auch den Nenner mit 3 multipliciren; doch hat die Zahl 3 des Nenners eine ganz andere Bedeutung, als die des Zählers, und zwar die folgende. Für reines Wasser H^2O ist nach Uebereinkunft $d = 1$. Hieraus, da Wasser aus 2H und O besteht:

$$d = \frac{3A}{3(A + M)} = 1.$$

A ist = 1, $M = 0$.

Somit kommt die Zahl 3 in dem Nenner des Bruches von der conventionellen Dichte des Wassers 1 und der Zahl seiner Atome $B = 3$.

Da ferner Division durch 18 und Multiplication mit 3 gleichbedeutend ist einer Division durch 6, so erhält man für jede Lösung die Formel:

$$d = \frac{3A + \frac{a\alpha}{6} + 3\lambda}{3(A + \lambda)} = 1 + \frac{\frac{a\alpha}{6}}{3(A + \lambda)},$$

in welcher:

$$\frac{a\alpha}{6} = B\gamma - 3\lambda \text{ ist.}$$

Hier ist λ , das im Nenner eine empirische Constante bezeichnet, durch M zu ersetzen, welches in:

$$\frac{a\alpha}{6} = B\gamma - 3M$$

eine ganze Zahl bezeichnet. Dieselbe nimmt für die Verbindungen RX^1 und RX^2 den Werth 1 an. Macht man:

$$\frac{a\alpha}{6} = B\gamma - 3M = \mu,$$

so erhält man eine für die Berechnung bequeme Formel:

$$d = 1 + \frac{\mu}{3(A + \lambda)},$$

in welcher: $3(A + \lambda)(d - 1) = \mu.$

Für $A = \infty$ hat man einfach:

$$3A(d - 1) = \mu.$$

Die Formel: $d = 1 + \frac{\mu}{3(A + \lambda)}$

gibt dieselben Dichten, wie die zu Anfang erwähnte:

$$d = 1 + \frac{\alpha}{aq + \beta}, \quad \mu = 3 \frac{\alpha}{18} \alpha; \quad \lambda = \frac{\alpha}{18} \beta.$$

Wendet man die Formel mit μ auf Zucker an, so hat man:

$$\mu = \frac{a\alpha}{6} = \frac{132,378}{6} = 22,063.$$

Aus der Formel des Zuckers $C^{12}H^{22}O^{11}$ ergibt sich zur Berechnung von M :

$$B = 45, \quad B\gamma = 1,23, \quad B = 55,35, \quad B\gamma - 3M = 22,063,$$

$$M = \frac{55,35 - 22,063}{3} = 11,09.$$

M ist also $= 11$, als wenn der Zucker die Formel $C^{12} + 11H^2O$ hätte. Dem Werth $M = 11$ entspricht $\gamma = 1,232$.

In betreff des Werthes von M für die löslichen Körper im allgemeinen wird man auf weitere Beobachtungsergebnisse warten müssen. In:

$$d = 1 + \frac{\mu}{3(A + \lambda)},$$

enthält die Constante $\mu = B\gamma - 3M$ die Constante γ (ungefähr 1,23), und M steckt (negativ) in μ als eine ganze Zahl. Die Constante λ der Formel lässt sich als die Repräsentantin der ganzen Zahl M ansehen, die aber durch die Versuchsbedingungen geändert worden ist; die Natur und das Maass dieser Aenderungen harret jedoch noch der Erklärung. Vergleicht man schliesslich die beiden Formeln:

$$d = 1 + \frac{B\gamma - 3M}{3(A + M)} \quad \text{und} \quad d = 1 + \frac{a - r}{18A + r}$$

miteinander, so sieht man, dass für $A = \infty$

$$r = a + 18M - 6B\gamma \text{ ist.}$$

Man kann also M bestimmen, wenn man B kennt und umgekehrt. Wäre weder B noch M bekannt, so könnte man

doch in vielen Fällen feststellen, dass eine Reihe von Körpern denselben Werth für M hat.

Z. B. für NH^4OH findet man nach Beobachtungen von Thomsen $M = 4$; für $\text{N}^2\text{H}^2\text{O}$ würde $M = 7$ sein.

M ist $= 3\frac{1}{2}$ für AmCl , AmBr und AmJ ; da aber M immer eine ganze Zahl sein soll, so müsste man die Formeln verdoppeln und würde dann für die folgenden Körper mit ähnlichen Formeln $M = 7$ sein:

$(\text{NH}^4)^2\text{O}$, $(\text{NH}^4)^2\text{Cl}^2$, $(\text{NH}^4)^2\text{Br}^2$, $(\text{NH}^4)^2\text{J}^2$,
denen noch $(\text{NH}^4)^2\text{N}^2\text{O}^6$ zugefügt werden kann. Für die Werthe von $\alpha\alpha$ findet man für AmJ , AmBr , $\text{AmCl}:\text{J} - \text{Br} = \text{Br} - \text{Cl} = 36,90$, woraus folgt, dass die genannten Körper dasselbe M haben.

Haag, im Juni 1883.

Anhang. Die folgenden Tabellen enthalten eine Zusammenfassung der Eigenschaften der Lösungen von Verbindungen RX^1 und RX^2 nach Beobachtungen von Gerlach, Kremers und Thomsen.

Die beiden ersten Tabellen geben die Zahlen $\mu (= \alpha\alpha/6)$ von 16 Körpern RX^1 und von 22 Körpern RX^2 .

Zur Erleichterung der allgemeinen Uebersicht kommen die 16 Körper der Tabelle AB nochmals in der Tabelle vor, für μ ist $\frac{1}{6}$ des Mittelwerthes der beiden $\alpha\alpha$ der Gruppe genommen worden.

Die beiden letzten Tabellen geben (für jeden Körper) die Details zweier Versuche, die zur Berechnung von μ geeignet haben; indessen nur für die nicht in der Tabelle AB erwähnten Körper.

B und γ sind berechnet nach den Formeln:

$$B = \frac{\mu + 3}{1,23} \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{\mu + 3}{B}.$$

Man sieht, dass die Zahlen μ dieselbe Eigenschaft zeigen, wie die $\alpha\alpha$; nur betragen sie stets, wie schon erwähnt, den sechsten Theil. So ist:

$$\text{J} - \text{Br} = \text{Br} - \text{Cl} = 6,15; \quad \text{Ba} - \text{Sr} = \text{Sr} - \text{Ca} = 7,38;$$

$$2\text{RBr}^n = \text{RJ}^n + \text{RCl}^n \quad \text{und} \quad 2\text{SrX}^2 = \text{BaX}^2 + \text{CaX}^2$$

und so fort.

Nur lassen hier die kleiner gewordenen Werthe die Densitätszahl leichter erkennen; denn 6,15 ist 5,1,23, und die Densitätszahlen von J, Br, Cl = 14, 9, 4 haben die constante Differenz 5; 7,38 ist 6,1,23, und die Densitätszahlen von Ba, Sr, Ca sind, resp. 19, 13 und 7 mit der constanten Differenz 6. Man darf wohl behaupten, dass die Versuche über Lösungen zu einem Resultate geführt haben, welches die Beobachter selbst nicht voraussehen konnten; ein jeder von ihnen hatte ein besonderes Ziel vor Augen und richtete je nach diesem Ziele die Versuchsbedingungen ein. Die letzteren sind daher nicht immer geeignet, um mit Genauigkeit die Densitätszahlen der löslichen Körper erkennen zu lassen.

Hoffentlich wird man bald, wenn die Wissenschaft diese Densitätszahlen aufgenommen hat, welche nach den vorhandenen Daten bestimmt sind, dieselben verificiren und die noch vorhandenen Lücken ausfüllen können.

Tabelle 1.

Körper RX^1 .

	a	μ	$B = \frac{\mu + 3}{1,23}$	Angen. Werthe für B	Constante γ
HCl	36,5	3,07	4,93	5	1,21
HBr	81	9,39	10,07	10	1,23
HJ	128	15,11	14,72	15	1,21
HNO ³	63	5,68	7,05	7	1,24
LiCl	42,5	4,06	5,74	6	1,18
LiBr	87	9,89	10,48	11	1,17
LiJ	134	16,36	15,74	16	1,21
LiNO ³	69	6,78	7,95	8	1,22
NaCl	58,5	6,78	7,95	8	1,22
NaBr	103	13,08	13,07	13	1,24
NaJ	150	19,11	17,98	18	1,23
NaNO ³	85	9,42	10,10	10	1,24
KCl	76,5	7,77	8,76	9	1,20
KBr	119	13,97	13,80	14	1,21
KJ	166	20,14	18,81	19	1,22
KNO ³	101	10,40	10,89	11	1,22

Die Daten für HCl und HNO³ sind von Thomsen, für HBr und HJ von Topsoë; alle übrigen von Kremers.

Tabelle 2.

Körper RX².

	μ	B aus μ	B Angenomm. Werth	γ
MgCl ²	13,08	13,07	13	1,24
MgBr ²	25,40	23,09	23	1,23
MgJ ²	37,82	33,19	33	1,24
CaCl ²	15,42	14,97	15	1,23
CaBr ²	27,77	24,96	25	1,23
CaJ ²	39,58	34,62	35	1,22
ZnCl ²	20,14	18,81	19	1,22
ZnBr ²	32,84	29,14	29	1,24
ZnJ ²	44,99	39,01	39	1,23
SrCl ²	22,92	21,07	21	1,23
SrBr ²	35,23	31,08	31	1,23
SrJ ²	47,31	40,90	41	1,23
SrN ² O ⁶	27,77	24,96	25	1,23
CdCl ²	25,40	23,09	23	1,23
CdBr ²	37,82	33,19	33	1,24
CdJ ²	50,06	43,14	43	1,23
BaCl ²	30,37	27,13	27	1,24
BaBr ²	41,27	36,00	37	1,20
BaJ ²	54,84	47,02	47	1,23
BaN ² O ⁶	35,23	31,08	31	1,23
SnCl ²	23,99	21,95	22	1,23
PbN ² O ⁶	47,31	40,90	41	1,23

Das Bariumbromid BaBr² weicht fast allein durch einen zu kleinen Werth von μ ab; man wird in Betreff desselben auf das Resultat neuer Versuche warten müssen.

Alle Werthe von μ folgen aus Versuchen von Kremers, mit Ausnahme der Zahlen für CaCl², SrCl² und SnCl², welche Beobachtungen von Gerlach entlehnt sind.

Tabelle 3.

Verzeichniss der beiden Experimente, aus welchen die Zahlen μ berechnet sind; für die Körper RX^1 .

	Erstes Experiment		Zweites Experiment	
	p	d	p	d
HCl	100 A	1,0100	10 A	1,0832
HBr	7,67	1,0550	33,34	1,3020
HJ	7,019	1,0524	57,74	1,7080
HNO ³	100 A	1,0185	10 A	1,1542
LiCl	5,04	1,0278	60,26	1,2362
LiBr	18,3	1,1173	110,2	1,5424
LiJ	23,4	1,1611	142,1	1,7495
NaJ	24,5	1,1752	149,7	1,8047
NaNO ³	13,71	1,0844	86,05	1,3805
KCl	6,36	1,0382	33,57	1,1720
KBr	11,22	1,0755	65,29	1,8618
KNO ³	5,12	1,0307	27,37	1,1457

Tabelle 4.

Verzeichniss der beiden Experimente, aus welchen die Zahlen μ berechnet sind; für die Körper RX^2 .

	Erstes Experiment		Zweites Experiment	
	p	d	p	d
CaCl ²	5	1,04259	25	1,23365
CaJ ²	24,3	1,1854	106,6	1,6845
ZnBr ²	42,6	1,3270	150,3	1,8797
ZnJ ²	21,5	1,1715	232	2,1853
SrCl ²	15	1,14387	25	1,25806
CdJ ²	21,4	1,1681	88,5	1,6139
BaCl ²	8,88	1,0760	35,44	1,2837
BaBr ²	31,928	1,2490	96,23	1,6639
BaJ ²	27,0	1,2157	146,0	1,9535
SnCl ²	20	1,1442	50	1,4451

Für CaCl^2 und SrCl^2 (nach Gerlach) hat d fünf Decimalen; bei SnCl^2 (Gerlach) bezieht sich p auf das krystallisirte Salz, $\text{SnCl}^2 + 2\text{H}^2\text{O}$; der Werth von μ ist für ein wasserfreies Salz derselbe, wie für ein krystallisirtes, während die Constante λ für jedes im Krystall enthaltene Molecül H_2O um eine Einheit wächst.

Für ZnJ^2 ist die Dichte bei $p = 232$ (Wasser = 100) 2,1853.

**IX. Messung der von einer Zamboni'schen Säule
gelieferten Electricitätsmenge;
von Eduard Riecke.**

(Aus den Gött. Nachr. vom 6. Juni 1883 mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

1. Die folgenden Beobachtungen beziehen sich auf drei Zamboni'sche Säulen, welche durch die Zahlen I, II, III unterschieden werden sollen; die Säule I ist eingeschlossen in einer Glasröhre, deren äusserer Durchmesser 27 mm beträgt; die Länge der Säule ist 150 mm. Die Anzahl der Platten 1960, der Durchmesser der von der Glasröhre eng umschlossenen Platten gleich 21,5 mm. Die Säule II besteht aus 980 Platten von derselben Beschaffenheit, ihre Länge beträgt 75 mm. Die Säule III besitzt eine Länge von 165 mm, der Durchmesser der Platten beträgt 32 mm; dieselben sind aufgeschichtet zwischen vier gespannten Seidenschnüren und umschlossen von einer weiteren Glasröhre, deren äusserer Durchmesser gleich 59 mm ist.

Zur Messung der von diesen Säulen gelieferten Electricitätsmenge diente ein Galvanometer mit astatischem Nadel-paar; die Schwingungsdauer des letzteren betrug 55,69 Sec., das Dämpfungsverhältniss 1,075, vorausgesetzt, dass die Enden des Multiplicators nicht metallisch mit einander verbunden waren. Die Anzahl der Windungen des Multiplicators betrug 24826, die Dicke des umspinnenen Drahtes 0,124 mm. Der Schliessungskreis bestand: 1) aus der zu untersuchenden