OSEM (ordered subsets-expectation maximization)法による画像再構成(横井)



会期:2000年4月8日 会場:パシフィコ横浜会議センター

OSEM (ordered subsets-expectation maximization)法 による画像再構成

横井孝司 (株)島津製作所医用技術部

Image Reconstruction using Ordered Subsets-Expectation Maximization (OSEM) Algorithm

Takashi Yokoi

Medical Systems Division, Shimadzu Corporation

はじめに

最尤推定-期待值最大化(ML-EM: maximum likelihood-expectation maximization) 再構成法は、従来のフ ィルタ補正逆投影(FBP)法とは全く違った理論から成 り立っている.ML-EM法を一言でいえば、「統計学的 手法によってRI分布を推定する方法」といえる. すな わち、「結果(投影データ)が与えられているので、そ れを起こした原因(RI分布)を、確率論に基づいて最も 可能性の高いケースとして推定する方法」と言い換え ることができる.期待値最大化(EM)アルゴリズムは 最尤推定値を導く反復アルゴリズムとしてDempsterら ¹⁾によって紹介されたが、これをPET画像再構成に応 用したのはSheppら²⁾, Langeら³⁾が最初である. 当初 は膨大な計算時間がかかるという理由で単なるアイデ ィアの一つに過ぎなかったが、ここ数年のコンピュー タ性能の向上により実用化が期待できるようになっ た. 同時にHudsonら⁴⁾がOS-EM (ordered subsets-EM, オゼムと呼ぶ)法という高速アルゴリズムを開発した ことによって実際の臨床に使用できる状況になってき た.「古いフォークソングを速くて新しいチューンナ

ップで」というフレーズは, EMアルゴリズムが紹介さ れて20周年を記念したチュートリアル論文⁵⁾のタイト ルである.まさにそういった時代に遭遇したといえ る.

ML-EM再構成法のおもな利点としては,

①再構成値が負にならない

②低カウント領域でのS/Nがよい

③高集積部分からのストリーク状アーチファクトがない ④測定系で起こり得る物理現象を織り込んでおくこと

によってさまざまな補正ができる

などがある.4番目の理由から吸収補正,散乱線補 正,分解能(コリメータのボケ)補正などを組み込んだ SPECT画像再構成法が提案されている.ここではおも にML-EM(OS-EM)法の柔軟性を生かした実際の応用 例を中心に概説する. 1. ML-EM法による画像再構成の基礎

1-1 理論

ML-EM法の統計学的な理論背景に関しては,すで にいろいろな解説^{6,7)}が存在するので,ここでは省略 する.計算式は以下のような逐次式で表される.

$$\lambda_{j}^{k+1} = \frac{\lambda_{j}^{k}}{\sum_{i=1}^{n} C_{ij}} \sum_{i=1}^{n} \frac{y_{i}C_{ij}}{\sum_{j'=1}^{m} C_{ij'}\lambda_{j'}^{k}} \quad \dots$$
(1)

kは繰り返し回数を表す.座標系をFig.1に示す.j は再構成画像の座標を表し,1から画素の最後mまで 通し番号で表す.例えばマトリクスサイズが64×64な ら,j=1~4096である.一方,iは検出器上の画素番号 で,角度方向のデータも含めてn個の一連のデータと 考える.投影方向数nvが72ならi=1~4608(=64×72)と なる. λ_i はある画素jのRI濃度(あるいは,これに比例 する量),yiは検出器iでの投影データ,Ciiは画素jから 出たフォトン(γ 線)が検出器iに到達する割合(検出確 率)である.検出確率に関しては後から述べる.

1-2 ML-EM法の計算手順

式(1)は,投影(フォワードプロジェクション),逆 投影(バックプロジェクション),総確率での規格化, 再構成値の更新などの計算要素に分解できる.これを Fig.2に示す.実際の計算方法は,式(1)を素直に解釈 して各画素ごとに計算を行っていく方法もあるが,す べての画素に対して計算要素ごとにまとめて実行する 方法もある.ここでは後者を説明する.計算手順を以 下に示す.

- 検出確率*C_{ij}*を計算する(最初に1回だけ計算すればよい).
- ② 初期画像(λ^k>0)を仮定する.
- ③ λⁱ_jをすべての角度に対してフォワードプロジェク ションし、計算による投影データpiを求める.
- ④ 測定投影データyiと,ステップ③で計算されたpi

2001年5月

524



Fig. 1 記述の定義.

との比を計算する.

- ⑤ ステップ④で計算された値 (y_i/p_i) をバックプロジェクションする.
- ⑥ 逆投影画像を確率の総和ΣC_{ij}で規格化する.
- ⑦ 以上のステップで求められた値をλ/jに掛けて更新 画像λ/i⁺¹を作成する.
- ⑧ 更新画像を初期画像としてステップ③に戻る.

以上の計算ループを繰り返すことによってみはRI分 布画像に近づいていく.計算ループの打ち切りに関し ては明確なルールは存在しないので,経験的に行って いるのが現状である.また初期値としては「正の値で あること」という制限はあるが,一様分布を仮定して おけば特に問題はない.

1-3 OS-EM法の計算手順

OS-EM法は投影データをいくつかの組(subset)に分割しておき,このsubsetに属するデータだけで,投影,逆投影などを繰り返す方法である.計算手順を以下に示す.

- 検出確率*Cij*を計算する(最初に1回だけ計算すればよい).
- ② 初期画像(λ^k>0)を仮定する.
- ③ λ^k_iをあるsubsetに属する角度に対してのみフォワードプロジェクションし、計算による投影データ piを求める.
- ④ 同じsubsetに属する測定データ y_i と、ステップ③ で計算された p_i との比を計算する.
- ⑤ ステップ④で計算された値(yi/pi)をあるsubsetに 属する角度に対してのみバックプロジェクション する.
- ⑥ 逆投影画像を, 確率の総和 $\sum_{i \in subset} C_{ij}$ で規格化する. ただし, n'は一つのsubsetに含まれる投影データの数でn'=n/subset数で表される.
- ⑦ 以上のステップで求められた値を込む掛けて更新



Fig. 2 ML-EM法の計算式.

日本放射線技術学会雑誌

画像λ;*1を作成する.

⑧更新画像を初期画像としてステップ③に戻り,次のsubsetに移る.一方,すべてのsubsetの計算が終わったら,最初のsubsetに戻してステップ③に戻る.

ML-EM法とOS-EM法の違いをFig.3に示す.subsetに分けることによって1回のイタレーションで画像 を更新する回数が多くなり,結果として速く収束する のである.画像の更新回数=(subset数)×(繰り返し回 数)の関係が成り立ち,一般にこの更新回数が同じで あれば,極端な場合を除いてほぼ同様な再構成画像が 得られる.subset数や使用する順序などは特に決まっ た規則はないが,なるべく離れた角度の投影データご とにsubsetを構成するようにするのがよいといわれて いる.subsetの構成例をFig.4に示す.投影データ数 =(subset数)×(1回に使用するデータ数)の関係があ る.経験的にいえば投影データの数が4以上含まれる ようなsubsetを構成するのが望ましい.subsetが1の 場合は,一度にすべての角度の投影データを使うこと になるので,これは元々のML-EM法と一致する.

1-4 検出確率Ci

検出確率C_iに実際の測定系で起こり得る物理現象を 織り込んでおけば、この影響を補正して画像再構成す ることができる.これがML-EM法およびOS-EM法の 柔軟性を高くしている理由である.C_iの計算で考慮す べき項目としては、大体、次のようなものがある.

- ① 画素*j*と検出器*i*との位置関係から決定される幾何 学的な面積割合
- ② 画素 j から出た光子が検出器 i に到達するまでの 吸収の割合(吸収補正)
- ③ コリメータの有限な開孔径によって画素jから出 た光子が実質的に広がりを持つので,それも考慮 した割合(分解能補正)

第57卷 第5号

OSEM (ordered subsets-expectation maximization)法による画像再構成(横井)



Fig. 3 1回のイタレーションにおける, ML-EM法とOS-EM 法の計算手順の比較.



①に関していえば、厳密に考えれば検出器iより降ろしたチューブが再構成マトリクスの画素jにオーバ ーラップする面積割合である.これをFig.5に示す. 計算手順の詳細はすでに報告している⁸⁾.しかし、画素を横切る線分で計算する場合もある.また、Fig.2 に示したように式(1)は単に投影、逆投影を繰り返し ているに過ぎない.よって、重畳積分法などでよく使われる線形補間による重み係数を近似的にCijとして用いてもよい⁹⁾.

②に関していえば、 γ 線が検出器に到達するまでに 吸収される割合を計算して、これを①によって求めら れた C_{ij} に掛ければよい.これをFig.6に示す.線源弱 係数マップが必要になるので、別のトランスミッショ ン測定によって求める必要がある.

一方, *C*_iは本来, 点線源(正確には1ピクセルのみ にRIが存在する場合)に対する検出器のレスポンスに 一致する.よって,あらかじめ点線源などで線応答関 数を測定しておいて,これを*C*_iとすれば分解能補正が できることになる(Fig. 7).ただし,SPECTの場合

2001年5月



Fig. 4subsetの分割例.便宜上投影方向数を24として説明している.



Fig. 6 Cijに対する吸収補正の組み込み.



Fig.7 Cijに対する分解能補正の組み込み.

は、コリメータからの距離によって分解能が変化して しまうので、これを考慮する必要がある.

2. 応用例

2-1 シミュレーションによる収束性

Fig. 8 にML-EM法の収束過程を,数値ファントム に適用したシミュレーションで示す¹⁰⁾.数値ファント ムは,コールド領域(カウント:0)と,ホットスポッ ト(カウント:80),バックグラウンド領域(カウン ト:20)の三つから構成されている.これを90方向に 526

日本放射線技術学会雑誌



Fig. 8 シミュレーションによるML-EM法の収束過程. イタレーション回数を1~45回に変化させたときの、再構成画像の鳥 瞰図、および中心におけるプロフィールカーブを示す.



投影してシミュレーションデータを作成し(統計雑音 と吸収の影響はないものと仮定), ML-EM法で再構成 した. イタレーション回数は1~45回に変化させた. 鳥瞰図,およびプロフィールカーブを見れば分かるよ うに,収束はおおよそ画像の平坦な領域から始まり, 徐々にエッジ部分に広がっていく.また,コールド部 分の収束は遅いことが分かる.収束させるには30回以 上の繰り返し計算が必要である.

次にML-EM法とOS-EM法(subset=15)の収束性の違いをFig.9に示す¹⁰⁾.前記の数値ファントムデータを使ってシミュレーションを行い,各領域に円形ROIを設定し,平均カウントがイタレーションによってどのように変化するかを示している.ML-EM法(Fig.9a)では徐々に真値に近づき,ホット領域では約10回,バ

ックグラウンド領域では約6回のイタレーションで真 値に到達している.しかし,コールド領域では20回の イタレーションでもカウントが0にならないことがわ かる.一方,OS-EM法(Fig.9b)では1回のイタレーシ ョンでホット領域,バックグラウンド領域ともに真値 に到達しており,コールド領域でも5回程度のイタレ ーションで真値(0)になっている.このように,OS-EM法はML-EM法に比べて非常に少ない回数で真値に 収束するので,実際の臨床に適した方法であるといえ る.

2-2 吸収·散乱線同時補正

SPECTの定量性を損なう現象として γ 線の体内での 吸収がある.線源弱係数 μ が一様な吸収体へは,Chang 法などの近似法や解析的な厳密解による方法^{11,12)}が試 みられているが,不均一吸収体への適用は困難であ る.一方,OS-EM法による吸収補正は,先に述べた ように検出確率 C_{ij} に光子の減衰を考慮しておけばでき る.このためには μ マップが必要となるので,外部線 源を使ったトランスミッションCT(TCT)測定が行わ れる.

しかし,吸収補正のみを行っても,心筋SPECT測定 では下壁部において過補正になる場合がある.この原 因として散乱線の影響が考えられている.散乱の影響 を正確にOS-EM法に組み込むには,吸収体の中に点 線源をおいたシミュレーションを行い,検出器のレス ポンスをすべての画素において計算しないといけな い.この方法は計算時間がかかるために実用的ではな い.一方,直接的に散乱成分Siを測定して,基本式に

第57卷 第5号

3 cm $6 cm \phi$ $1 cm \phi$ $7 cm \phi$ $7 cm \phi$ $1 cm \phi$

OSEM (ordered subsets-expectation maximization)法による画像再構成(横井)

Fig.10 吸収・散乱補正用の評価ファントム.



Fig. 12 吸収・散乱同時補正を行ったときのコールドロッド ファントムによるコントラストの変化.

組み込む方法が考えられている13,14).

Siはサブウィンドを設けて近似的に求める.この方 法の精度を検証するために,まずFig.10に示すような 円錐ファントムで実験を行った.このようなファント ムを用いることによって吸収/散乱体の厚さの違いに よる補正効果を評価できる.中心にTl-201のライン線 源をセットし,SPECT測定後,再構成画像の最大カウ ントとFWTMを各スライス位置で求めた.TCT測定は Tc-99mで行った.結果をFig.11に示す.最大カウン トで評価すると,吸収補正さえしていれば散乱線補正 の有無には関係なく一定値を示した.一方,FWTMで 評価すると,散乱線補正さえしていれば吸収補正の有 無には関係なく一定値を示した.どちらの場合でも一 定値を示したのは,吸収・散乱線補正の両方を行った ものだけであった.

次に吸収・散乱線同時補正によって、コントラスト

2001年5月

Max Counts **FWTM Counts** (mm) 40000 34 32 30000 A+ 30 28 20000 26 24 10006 22 0 10 15 20 20 15 depth (cm) depth (cm) A+:吸収補正あり、A-:吸収補正なし、S+:散乱補正あり、S-:散乱補正なし

Fig. 11 吸収・散乱同時補正の効果を示すプロフィールカー ブ.



がどのように変化するかをコールドロッドファントム によって評価した.コールドロッドファントムは, Fig. 12に示すように, TI-201 (27kBq/ml)をバックグラ ウンドとして, 1.0cmから3.2cmの6種類のコールド ロッドを測定してコントラストを計算した.グラフか ら分かるように,吸収・散乱線同時補正をすれば, 2.5cm以上のコールドロッドでコントラストが90%以 上となった.しかし,吸収補正だけの場合なら約70% であり,大幅なコントラストの向上がみられた.

次に心筋ファントムを使用して行った実験結果を Fig. 13に示す^{10,15)}. 肺などのバックグラウンドに相当 する部分と心筋部分に,それぞれ20kBq/mlと177kBq/ mlのTl-201水溶液を満たした.内腔の部分は水を満た した.γ線の吸収が短軸に対してほぼ対称に,心尖部 から基底部にかけて増加するように設置し,Tc-99m

527

528

日本放射線技術学会雑誌



Fig. 14 OS-EM法によるストリークアーチファクトの改善. OS-EM法では、FBP法で出現した高集積領域(肝臓) からのアーチファクトが消失している.

線源を用いてトランスミッション測定を行った. AC-, SC-は吸収補正, 散乱線補正どちらもなしの場 合, AC+, SC-は吸収補正ありで散乱線補正なしの場 合, AC+, SC+は吸収補正, 散乱線補正どちらもあり の場合である. AC-(Fig. 13a)では基底部は明らかに 吸収の影響を受けているが, AC+(Fig. 13b, c)ではこ の部分のカウントは回復している. しかし, AC+でも SC-のとき(Fig. 13b)は散乱線が全体に多く, 吸収補 正によって中央が盛り上がったような画像となってい る. 一方, SC+(Fig. 13c)では, この部分が減算され てコントラストが向上している. これはAC+SC-と AC+SC+の二つを比較したプロフィールカーブ(Fig. 13d)にも顕著に現れている. SC+では内腔部分のカウ ントが約1/4になり, ほとんど0に近づいた.

2-3 Tc-99m心筋SPECTへの応用

最近,Tc-99m心筋製剤(MIBI,テトロホスミン)が 臨床に使われるようになった.Tc製剤の特徴は,肝 臓,胆道など心筋以外の臓器に高集積することであ る.これらが心筋と同一スライス面に存在した場合に FBP法で再構成すると,ときとしてこの高集積部分か らのストリーク状のアーチファクトが現れることがあ る.これをOS-EM法で再構成すればこのアーチファ クトを軽減できる.Fig.14にOS-EM法とFBP法で再構 成した心筋SPECT画像を示す¹⁰⁾.OS-EM法ではアー チファクトが消失していることが分かる.また,この 特徴は腫瘍SPECTにも効果を発揮する¹⁶⁾.

2-4 MAP-EM法:事前確率の導入

画像のあらかじめ分かっている性質(事前確率)を考 慮してこれをEM再構成する方法がある^{18,19)}.これが 最大事後確率(maximum a posteriori)推定(MAP-EM) 法である.MAP-EM法は尤度関数と事前確率より得 られる事後確率を最大にするように画像を推定するた



Fig. 15 ML-EM法とMAP-EM法による再構成画像の比較. MAP-EM法のほうがイタレーション回数を多くして も雑音増強が抑えられている.

め, 雑音に対して比較的安定であるという利点があ る. 事前確率にもいろいろな形式が存在するが, 最 近, 提案されているのが画像のエネルギーをガウス関 数と仮定し, 画素近傍のメディアン値(中央値)との相 対誤差を重みとして与える方法(median root prior: MRP)である. これは以下の式で表される²⁰⁾.

$$\lambda_j^{k+1} = \frac{\lambda_j^k}{\sum_{i=1}^n C_{ij} \left(1 + \beta \frac{\lambda_j^k - M_j}{M_j} \right)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i C_{ij}}{\sum_{j'=1}^m C_{ij'} \lambda_{j'}^k} \right) \quad \dots (3)$$

βはこの重みの利き具合を調整するパラメータであ り、β=0のとき、通常のML-EM法と一致する、 M_i が 画素j近傍のメディアン値で、通常は 3×3 ピクセル、あ るいは、 5×5 ピクセルの範囲で探す.

Fig. 15は, Tc-99m ECDを用いた円柱プールファン トムデータ(64×64, 60方向)に対する, ML-EM法と MAP-EM法の再構成像の比較である. MAP-EM法で は β を0.05から0.5まで変化させた. イタレーション回 数を重ねるに従ってML-EM法ではノイズの増加がみ られるが, MRPを導入したMAP-EM法ではノイズ増 強が抑えられ, β が大きくなるに従ってその効果も大 きくなる. MRPを使ったMAP-EM法に関しては, 文 献²⁰⁾のホームページ(http://www.cs.tut.fi/~sakkeus/)を 参照するとよい.

まとめ

本解説では、ML-EM法およびOS-EM法の概説と、 実際の応用例を中心にまとめた.今後はML-EM法の 柔軟さを利用してさまざまな新しいアルゴリズムが登 場すると予想されるが、一方ではその臨床での価値を 見極めないといけないと考える.また処理に関する統 一的な指針などの調査も今後の課題である.

なお、ML-EM法およびOS-EM法の実行プログラム、およびその解説に関しては、放射線技術叢書の「SPECT画像技術の基礎」⁹⁾に収録予定なので、併せて参照することをお勧めする.

謝辞

本稿の内容は、日本放射線技術学会第40回核医学分

科会(2000年4月, 横浜),および神奈川核医学研究会 (1999年, 横浜)で講演した内容をまとめた. あらため て関係の先生方に感謝申し上げます.

また,各種ファントム実験は昭和大学藤が丘病院で 行われた.本研究の指導をいただきました東京都立保 健科学大学の篠原広行教授,昭和大学藤が丘病院中央 放射線科の新尾泰男氏,山本智明氏,および横浜創英 短大情報学科の橋本雄幸博士には併せて感謝申し上げ ます.

参考文献

- 1) Dempster AP, Laird NM, and Rubin DB: Maximum-likelihood from incomplete data via the EM algorithm. J Royal Statist Soc Ser B, 39, (1977).
- Shepp LA and Vardi Y: Maximum likelihood reconstruction for emission tomography. IEEE Trans Med Imaging, MI-1, 113-122, (1982).
- Lange K and Carson R: EM reconstruction algorithms for emission and transmission tomography. J Comput Assist Tomogr, 8, 306-316, (1984).
- 4) Hudson HM and Larkin R: Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data. IEEE Trans Med Imaging, MI-13, 601-609, (1994).
- 5) Meng XL and van Dyk DA: The EM algorithm-an old folk song sung to a fast new tune. Reading paper in J R Statist Soc, Ser B, 59, 511-567, (1997).
- 6) 篠原広行,國安芳夫,橋本雄幸,他:画像再構成法ML-EMアルゴリズムの概要と意義.映像情報(M),1118-1124,(1998).
- 7) 横井孝司:統計的な画像再構成法の臨床応用への可能性: 原理.日本医放会誌,60(7)(付録),6-9,(2000).
- 8) 横井孝司:日本放射線技術学会 編:最尤推定-期待値最 大化アルゴリズムによる画像再構成法の構築.核医学技 術,20(5),331-340,(2000).
- 9) 横井孝司:画像再構成プログラム:重畳積分法と最尤推 定-期待値最大化アルゴリズム.SPECT画像技術の基礎, (2001).
- 10) 篠原広行, 横井孝司, 國安芳夫, 他:統計的な画像再構成 法の臨床応用への可能性:特徴. 日本医放会誌, 60(7)(付 録), 10-13, (2000).
- 11) Inoyue T, Kose K, and Hasegawa A: Image reconstruction

algorithm for SPECT with uniform attenuation. Phys Med Biol, 34, 299-304, (1989).

- 12) Shinohara H, Yamamoto T, Kuniyasu Y, et al.: Implementation and quantitative evaluation of analytical method for attenuation correction in SPECT: a phantom study. Phys Med Biol, 44, 2643-2655, (1999).
- 13) Beekman FJ, den Harder JM, Viergever MA, et al.: SPECT scatter modeling in non-uniform attenuating objects. Phys Med Biol, 42, 1133-1142, (1997).
- 14) Maniawski P and Miller S: Evaluation of split energy window scatter correction methods with a transmission-emission SPECT system (STEP). Ann Nucl Med S10, 62, (1996).
- 15) 松岡 伸, 篠原広行,山本智朗,他:OS-EMアルゴリズム によるTI-201心筋血流SPECTの散乱・吸収補正.日本医放 会誌,58,751-757,(1998).
- 16)由井信春,戸川貴史,木下富士美,他:腫瘍SPECTの OSEM. 日本医放会誌,60(7)(付録),13-15,(2000).
- (篠原広行,山本智朗,杉本英治,他:SPECTの散乱,吸収, 分解能補正. Med Imaging Techology, 18, 24-32, (2000).
- 18) Levitan E and Herman GT: A maximum a posteriori probability expectation maximization algorithm for image reconstruction in emission tomography. IEEE Trans Med Imaging, 6, 185-192, (1987).
- 19) 浦部洋史, 尾川浩一: ECTにおけるOSアルゴリズムを用いたMAP-EM画像再構成. 電子情報通信学会誌, J82-D-II, 1223-1226, (1999).
- 20) Alenius S and Ruotsalainen U: Bayesian image reconstruction for emission tomography based on median root prior. Eur J Nucl Med, 24, 258-265, (1997).