

スロッシングの防振法に関する研究*

(第1報, 逆U字管による防振法)

葉山 眞治**, 岩淵 正幸***
Shinji HAYAMA, Masayuki IWABUCHI**Key Words:** Liquid Container, Sloshing, Vibration Suppression, Dynamic Damper, Modal Analysis

1. ま え が き

近い将来にその発生が予想される巨大地震に備えて, 各種液体貯槽のスロッシング防振法を開発することが急務である。スロッシングに関する従来の研究は, 主として, 各種形状の容器におけるスロッシングの固有振動数の計算法^{(1)~(3)}および液面変位の応答⁽⁴⁾⁽⁵⁾, とくに非線形応答^{(6)~(12)}についてなされている。しかし, スロッシングの防振法に関する研究はほとんど見当たらない。それはスロッシングの防振法が實際上非常に困難なためである。というのは, スロッシングでは容器壁面の粘性摩擦が非常に小さく, 減衰要素としてほとんど利用できないうえに, 機械振動に使用されるような粘性ダンパを付加することがほとんど不可能だからである。

このような事情を踏まえ, 本研究では防振法の一つとして, 逆U字管を用いてダイナミックダンパ方式で防振することを考えてみた。本論文は逆U字管の防振特性を理論的に解析し, 一連の実験によってこれを確認し, その有効性および実用性について検討したものである。巨大地震による液面上昇が被害の出ない程度に抑えられれば, 実用上は十分であると考えられる。

2. 主 な 記 号

η : 主系(容器)の液面変位
 L, b, H : 主系の幅, 奥行および静止液深
 ϕ : 主系内流れの速度ポテンシャル
 $q^2 = (\partial\phi/\partial X)^2 + (\partial\phi/\partial Z)^2$

 ρ : 液体の密度 g : 重力の加速度 $X_0, \ddot{X}_0$: 水平方向加振振幅および加速度 Z_1, Z_2 : 副系(逆U字管)内の液柱変位 Z_3 : 副系内気柱部の変位 P_{01}, P_{02} : 副系内気柱部の圧力 h, A : 副系内液柱の長さおよび断面積 $2l_1, h_1$: 逆U字管両脚中心間距離および没水深さ ω_0 : 主系のみスロッシングの固有円振動数 ω_c : 複合系スロッシングの固有円振動数
 $\omega_0 \nu_0$ ω_1 : 副系のみ固有円振動数 ω : 加振円振動数 ν, ν_1 : 無次元振動数 ($\nu = \omega/\omega_0, \nu_1 = \omega_1/\omega_0$) ξ : 減衰係数比 μ : 振動数比 $= \omega_1/\omega_c = \nu_1/\nu_0$ R : ばね定数比〔式(35)〕 ξ : 連成効果係数〔式(35)〕 Y_1, Y_2 : 静的応答に関する無次元数〔式(35)〕 $T_H = \tanh(\pi H/L)$ X, Z : 容器に固定した座標(図1) t, τ : 時間および無次元時間 ($\tau = \omega_0 t$)

その他の記号は本文中で定義する。

3. 逆U字管を付けた複合系のスロッシングの基礎式

3.1 問題の設定と仮定 図1に示す長方形容器内液体のスロッシングを逆U字管を加えて防振することを考え, 両者を結合した複合系スロッシングを記述する基礎式を導く。図1で一点鎖線で囲んだ領域 V を主系, それ以外の逆U字管の部分を副系と呼ぶことにする。主系の境界のうち, F_0 は自由表面, F_1 と F_2 は主系と副系の境界面であり, これらは動く境

* 昭和57年10月11日 第60期全国大会講演会において講演, 原稿受付 昭和59年8月22日。

** 正員, 東京大学工学部 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)。

*** 正員, 川崎重工業(株) (〒650-91 神戸市生田区中町通2-16-1)

界である。静止液面を基準として、主系の液面変位を η 、逆 U 字管内液柱の変位をそれぞれ Z_1, Z_2 、また気柱部の変位を Z_3 とし、図 1 に示す方向を正方向にとる。逆 U 字管は左右対称に容器に固定し、静止時の没水深さを h_1 、片方の液柱の長さを $h(=h_1+h_2)$ 、図 1 参照) とする。

解析に当たり次の仮定を置く。

(1) 境界面 F_1 と F_2 の断面積 A は主系の自由表面の面積よりも十分小さく、また、 η, Z_1, Z_2 は容器幅 L および静止液深 H よりも十分小さい。

(2) 主系内の流れは図 1 の XZ 平面に平行な二次元の渦なし流れである。また、副系を加えても振動モードはほとんど乱されず、主系は副系のないときの固有振動モードで振動する。

(3) 逆 U 字管内の液体の流れは一次元剛体流れとする。また、気柱部は絞りによる圧力損失は考慮するが、慣性および圧縮性は無視する。

3.2 複合系のラグランジュ関数 主系と副系とが連成した副合系のラグランジュ関数 $\mathcal{L}$ は、Luke⁽¹³⁾ のラグランジュ関数に副系の運動エネルギー、ポテンシャルエネルギーおよび圧力のなす仕事を加えて、次式で与えられる。

$$\mathcal{L} = \iiint_V \rho \left(\dot{\phi} + \frac{1}{2} q^2 + gZ + X\ddot{X}_G \right) dV - \frac{\rho Ah}{2} \dot{Z}_1^2 + \rho AhgZ_1 + AP_{01}Z_1 - \frac{\rho Ah}{2} \dot{Z}_2^2 + \rho AhgZ_2 + AP_{02}Z_2 - A(P_{01} - P_{02})Z_3 \quad (1)$$

ここで $\dot{}$ は時間に関する微分を示し、また、 dV は主系内の体積要素である。

式(1)が複合系の運動を表すことは変分原理を用いて以下のように示すことができる。 $\delta\phi, \delta\eta, \delta Z_1, \delta Z_2, \delta Z_3, \delta P_{01}$ および δP_{02} を関係する変数の微小変分とすると、変分原理はこの場合次のように表される。

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} & \left[\rho \iint_{F_0} \delta\eta \left(\dot{\phi} + q^2/2 + g\eta + X\ddot{X}_G \right)_{F_0} dF + \rho \iint_{F_0} \delta\phi \left\{ \left(\frac{\partial\phi}{\partial n} \right)_{F_0} - \dot{\eta} \right\} dF \right. \\ & + \rho \iint_{F_1} \delta\phi \left\{ \left(\frac{\partial\phi}{\partial n} \right)_{F_1} - \dot{Z}_1 \right\} dF + \rho \iint_{F_2} \delta\phi \left\{ \left(\frac{\partial\phi}{\partial n} \right)_{F_2} - \dot{Z}_2 \right\} dF + \rho \iint_{F_3} \delta\phi \left(\frac{\partial\phi}{\partial n} \right)_{F_3} dF \\ & - \rho \iiint_V \delta\phi \nabla^2 \phi dV + \delta Z_1 \{ \rho Ah\ddot{Z}_1 + \rho Ahg + AP_{01} + \rho A(\dot{\phi} + q^2/2 + gZ + X\ddot{X}_G)_{F_1} \} \\ & + \delta Z_2 \{ \rho Ah\ddot{Z}_2 + \rho Ahg + AP_{02} + \rho A(\dot{\phi} + q^2/2 + gZ + X\ddot{X}_G)_{F_2} \} \\ & \left. - \delta Z_3 A(P_{01} - P_{02}) + \delta P_{01} A(Z_1 - Z_3) + \delta P_{02} A(Z_2 + Z_3) \right] dt = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

ここで、 ∇^2 はラプラシアン、 $\partial/\partial n$ は外向き法線微分、 dF は面積要素、 F_3 は固体壁面全体を示す。なお、 $\delta Z_1, \delta Z_2$ の項で F_1, F_2 における積分は面積 A で置き換えている。また、時間 t_1, t_2 において各変分は零であるとしている。

式(2)が恒等的に成り立つ条件から次式を得る。

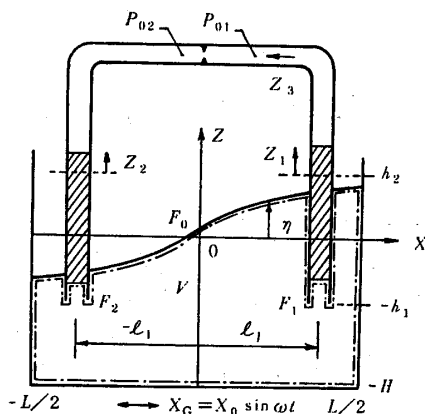


図 1 スロッシング防振用の逆 U 字管を付けた複合系

主系内部において：

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (3)$$

自由表面 $Z=\eta$ において：

$$\dot{\eta} = \left(\frac{\partial\phi}{\partial n} \right)_{F_0} = \frac{\partial\phi}{\partial Z} - \frac{\partial\phi}{\partial X} \frac{\partial\eta}{\partial X} \quad (4)$$

$$\dot{\phi} + q^2/2 + g\eta + X\ddot{X}_G = 0 \quad (5)$$

境界 F_1 の $Z=-h_1+Z_1$ において：

$$\dot{Z}_1 = \left(\frac{\partial\phi}{\partial n} \right)_{F_1} \quad (6)$$

$$\rho Ah\ddot{Z}_1 + \rho Ahg + AP_{01} + \rho A(\dot{\phi} + q^2/2 + gZ + X\ddot{X}_G)_{F_1} = 0 \quad (7)$$

境界 F_2 の $Z=-h_1+Z_2$ において：

$$\dot{Z}_2 = \left(\frac{\partial\phi}{\partial n} \right)_{F_2} \quad (8)$$

$$\rho Ah\ddot{Z}_2 + \rho Ahg + AP_{02} + \rho A(\dot{\phi} + q^2/2 + gZ + X\ddot{X}_G)_{F_2} = 0 \quad (9)$$

固体壁面 F_3 において：

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial n} \right)_{F_3} = 0 \quad (10)$$

気柱部において (絞りが無いとき) :

$$P_{01} - P_{02} = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

水柱と気柱の境界において :

$$Z_1 - Z_3 = 0, \quad Z_2 + Z_3 = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

さて、式(3)は主系内部の流れ場が渦なし流れであることを示している。式(4)は自由表面における運動学的境界条件であり、式(5)は、同じく、動力学的境界条件である。式(6)、(7)および式(8)、(9)は、それぞれ、境界面 F_1, F_2 における主系と副系の連続性および圧力のつり合いを示す式である。速度ポテンシャル ϕ が求まれば、主系内の圧力 P は圧力方程式

$$\dot{\phi} + \frac{1}{2}q^2 + gZ + \frac{P}{\rho} + X\ddot{X}_G = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

から定まる。境界面 F_1, F_2 における圧力を P_{F1}, P_{F2} とすると、

$$\left. \begin{aligned} P_{F1} &= -\rho(\dot{\phi} + q^2/2 + gZ + X\ddot{X}_G)_{F1} \\ P_{F2} &= -\rho(\dot{\phi} + q^2/2 + gZ + X\ddot{X}_G)_{F2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (14)$$

であるから、式(7)、(9)は次のように書き換えられる。

$$\left. \begin{aligned} \rho Ah \ddot{Z}_1 &= AP_{F1} - AP_{01} - \rho Ahg \\ \rho Ah \ddot{Z}_2 &= AP_{F2} - AP_{02} - \rho Ahg \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

これは減衰を無視したときの逆 U 字管内水柱の運動方程式にほかならない。

以上より、式(4)～(12)の諸条件を満たす速度ポテンシャル ϕ が求まれば、複合系の運動は完全に定まることがわかる。言い換えると、式(1)は複合系の運動を表わすラグランジュ関数である。

3・3 散逸関数 主系の減衰は一般に非常に小さいので、減衰としては副系の減衰のみを考えることにする。副系の減衰としては液柱部の管摩擦と管入口・出口損失および気柱部の絞りによる圧力損失が考えられる。これらは管内流速の二乗に比例した非線形減衰であるが、ここでは簡単のため、流速に比例する線形減衰を仮定して議論を進めることにする。 d_1, d_2 を液柱部の減衰係数、 d_3 を気柱部の絞りの減衰係数として、散逸関数を次のように与える。

$$\mathcal{J} = \frac{\rho_a A}{2}(d_1 \dot{Z}_1^2 + d_2 \dot{Z}_2^2) + \frac{\rho_a A d_3}{2} \dot{Z}_3^2 \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで ρ_a は気柱部の気体の密度である。

3・4 複合系の運動方程式 副系が付加されたときの主系内の速度ポテンシャル ϕ を解析的に求めることは非常に困難であるので、2・1節の仮定(2)に従って、容器内の液体は一次の逆対称モードで振動していると見なして、主系の液面変位 η と速度ポテンシャル ϕ を次のように近似する。

$$\eta = L \sin\left(\frac{\pi X}{L}\right) y(t) \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\phi = \frac{L^2}{\pi} \sin\left(\frac{\pi X}{L}\right) \frac{\cosh\{\pi(Z+H)/L\}}{\sinh(\pi H/L)} p(t) \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $y(t), p(t)$ はこれから求めるものである。また、容器は水平方向に振幅 X_0 、円振動数 ω で正弦波に加振されるものとして、

$$X_G = X_0 \sin \omega t \quad \dots\dots\dots (19)$$

とおく。式(17)、(18)および式(19)を式(1)に代入して積分を実行し、このとき出てくる $\cosh\{\pi(H+\eta)/L\}$ などは η が小さいとしてテイラー展開して、 y, p, Z_1 および Z_2 について二乗のオーダーまでとると、ラグランジュ関数 $\mathcal{J}$ は、定数項を除いて、次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{J}}{\rho} &= \frac{bL^4(1-C_1)}{2\pi T_H} \dot{p}y + \frac{bL^3 C_3}{4\pi T_H} \dot{p}(Z_1 - Z_2) \\ &+ \frac{bL^4(1-C_2)}{4\pi T_H} p^2 + \frac{1}{4}gbL^3(1-C_1)y^2 \\ &- (2bL^3/\pi^2)(1-C_4)X_0\omega^2 \sin \omega t \cdot y \\ &- Al_1 X_0 \omega^2 \sin \omega t \cdot (Z_1 - Z_2) \\ &- \frac{1}{2}Ah\dot{Z}_1^2 + \frac{1}{2}AgZ_1^2 + Ah_2gZ_1 + \frac{AP_{01}}{\rho}Z_1 \\ &- \frac{1}{2}Ah\dot{Z}_2^2 + \frac{1}{2}AgZ_2^2 + Ah_2gZ_2 + \frac{AP_{02}}{\rho}Z_2 \\ &- \frac{A(P_{01}-P_{02})}{\rho}Z_3 \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

ここで、 b は容器の奥行、 $T_H = \tanh(\pi H/L)$ であり、定数 $C_1 \sim C_4$ は副系を加えたことによって生じる主系の体積積分の減少量を表すもので、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{4A}{bL} \sin^2\left(\frac{\pi l_1}{L}\right) \\ C_2 &= \frac{2A}{bL} \left[1 - \frac{\sinh\{2\pi(H-h_1)/L\}}{\sinh(2\pi H/L)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\pi h_1}{L} \frac{\cos(2\pi l_1/L)}{\sinh(2\pi H/L)} \right] \\ C_3 &= \frac{4A}{bL} \sin\left(\frac{\pi l_1}{L}\right) \frac{\cosh\{\pi(H-h_1)/L\}}{\cosh(\pi H/L)} \\ C_4 &= \frac{\pi A}{bL} \left(\frac{\pi l_1}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi l_1}{L}\right) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

時間 t を独立変数、 $p, y, Z_1, Z_2, Z_3, P_{01}, P_{02}$ を従属変数としてこれらを q_N で代表して表すと、複合系の運動は次式より求められる。

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_N}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_N} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial q_N} \quad \dots\dots\dots (22)$$

ただし右辺は $\dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dot{Z}_3$ について考慮する。式(20)、(16)を式(22)に代入して整理すると次式を得る。

$$(1-C_1)\dot{y} + \frac{C_3(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2)}{2L} - (1-C_2)p = 0 \dots (23)$$

$$(1-C_1)\dot{p} + \frac{\pi g T_H}{L}(1-C_1)y = \frac{4T_H}{\pi} \left(\frac{X_0 \omega^2}{L} \right) (1-C_4) \sin \omega t \dots (24)$$

$$\frac{\ddot{Z}_1}{L} + \frac{d_1 \dot{Z}_1}{hL} + \frac{gZ_1}{hL} + \frac{h_2 g}{hL} + \frac{P_{01}}{\rho h L} + \left(\frac{C_3 b L}{4A} \right) \frac{L}{\pi T_H h} \dot{p} = \frac{l_1}{h} \left(\frac{X_0 \omega^2}{L} \right) \sin \omega t \dots (25)$$

$$\frac{\ddot{Z}_2}{L} + \frac{d_2 \dot{Z}_2}{hL} + \frac{gZ_2}{hL} + \frac{h_2 g}{hL} + \frac{P_{02}}{\rho h L} - \left(\frac{C_3 b L}{4A} \right) \frac{L}{\pi T_H h} \dot{p} = -\frac{l_1}{h} \left(\frac{X_0 \omega^2}{L} \right) \sin \omega t \dots (26)$$

$$P_{01} - P_{02} = \rho_a d_3 \dot{Z}_3 \dots (27)$$

$$Z_1 - Z_3 = 0 \dots (28)$$

$$Z_2 + Z_3 = 0 \dots (29)$$

ここで, $z = Z_1/L$ とおくと, 式(28), (29)より $Z_2/L = -z$, $Z_3/L = z$ となる. 式(25)から式(26)を辺々引き算して, 式(27)を使って $P_{01} - P_{02}$ を消去し, さらに $d_1 = d_2$ として, $d = d_1 + d_3(\rho_a/2\rho)$ とおくと, 次式を得る.

$$\ddot{z} + \frac{d}{h} \dot{z} + \frac{g}{h} z + \left(\frac{C_3 b L}{4A} \right) \frac{L}{\pi T_H h} \dot{p} = \frac{l_1}{h} \left(\frac{X_0 \omega^2}{L} \right) \sin \omega t \dots (30)$$

次に, 式(23)から p を求め, これを式(24)と式(30)に代入して p を消去すると, y と z に関する次の運動方程式を得る.

$$\ddot{y} + \frac{\pi g T_H (1-C_2)}{L(1-C_1)} y + \frac{C_3}{1-C_1} \ddot{z} = \frac{4T_H}{\pi} \left(\frac{X_0 \omega^2}{L} \right) \frac{(1-C_2)(1-C_4)}{(1-C_1)^2} \sin \omega t \dots (31)$$

$$\ddot{z} + \frac{d}{h(1+C_5)} \dot{z} + \frac{g}{h(1+C_5)} z + \left(\frac{C_3 b L}{4A} \right) \left(\frac{1-C_1}{1-C_2} \right) \frac{L}{\pi T_H h(1+C_5)} \ddot{y} = \frac{l_1}{h(1+C_5)} \left(\frac{X_0 \omega^2}{L} \right) \sin \omega t \dots (32)$$

ここで, C_5 は液柱の長さが $h(1+C_5)$ と長くなることを示すもので, 液柱を剛体と考えているのでこれに加わる付加質量を表す係数と解釈され, 次式で与えられる.

$$C_5 = \frac{C_3}{1-C_2} \left(\frac{C_3 b L}{4A} \right) \frac{L}{\pi T_H h} \dots (33)$$

さて, ここで次の諸量を定義する.

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\frac{\pi g T_H}{L}}, \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{g}{h(1+C_5)}} \\ \nu_0 &= \sqrt{\frac{1-C_2}{1-C_1}}, \quad \nu_1 = \frac{\omega_1}{\omega_0}, \quad \nu = \frac{\omega}{\omega_0} \\ \xi &= \frac{d}{2h(1+C_5)\omega_1}, \quad \omega t = \tau \end{aligned} \right\} \dots (34)$$

ここで, ω_0 は元のスロッシングの固有円振動数であるが, 副系が加わることで, 複合系のスロッシングの固有円振動数は $\nu_0 \omega_0$ となる. ω_1 は副系だけの固有円振動数である. さらに, 次の無次元パラメータを定義する.

$$\left. \begin{aligned} \mu^2 &= \left(\frac{1-C_1}{1-C_2} \right) \frac{L}{\pi T_H h(1+C_5)} = \frac{\omega_1^2}{\nu_0^2 \omega_0^2} \\ R &= \frac{4A}{bL(1-C_1)} \\ \xi &= \frac{\sin(\pi l_1/L) \cosh\{\pi(H-h_1)/L\}}{\cosh(\pi H/L)} \\ Y_1 &= \frac{4T_H(1-C_2)(1-C_4)}{\pi(1-C_1)^2} \\ Y_2 &= \frac{l_1}{h(1+C_5)} \end{aligned} \right\} \dots (35)$$

このとき, 式(31), (32)は次のように表される.

$$\left. \begin{aligned} \ddot{y} + \nu_0^2 y + R \xi \ddot{z} &= Y_1 (X_0 \nu^2 / L) \sin \nu \tau \\ \ddot{z} + 2\xi \nu_1 \dot{z} + \nu_1^2 z + \mu^2 \xi \ddot{y} &= Y_2 (X_0 \nu^2 / L) \sin \nu \tau \end{aligned} \right\} \dots (36)$$

ここで, τ に関する微分も前と同様に $\cdot$ で表していることに注意されたい.

以上より, 複合系は ν_0, ν_1 なる無次元の固有円振動数をもつ主系と副系が $R\xi$ および $\mu^2\xi$ を連成係数とした慣性連成振動となることがわかる. 連成に関係するパラメータの中で, R は副系と主系の面積比に比例しているが, これは両系のポテンシャルエネルギーを線形ばねによるものと見なしたときの副系と主系のばね定数比となっている. また, ξ は連成の有効性を表すもので連成効果係数と呼ぶことにする. μ は副系と主系の固有振動比である. Y_1, Y_2 は静的応答に関する無次元数である. 機械振動系の場合と違って, 副系のほうにも強制力が加わっているが, これは, たとえ主系を固定しても, 水平方向の加速度が加わると, 逆U字管の両脚間に圧力差が生じるためである.

4. 液面変位の応答

水平加振に対する液面変位の周波数応答を求める.

式(36)の $\sin \nu \tau$ を複素数 $e^{i\nu\tau}$ に置き換え,

$$y = \bar{Y} e^{i\nu\tau}, \quad z = \bar{Z} e^{i\nu\tau} \dots (37)$$

と置いて, 式(36)に代入すると次式を得る.

$$\left. \begin{aligned} (\nu_0^2 - \nu^2) \bar{Y} - R\xi\nu^2 \bar{Z} &= Y_1(X_0\nu^2/L) \\ -\mu^2\xi\nu^2 \bar{Y} + (\nu_1^2 - \nu^2 + i2\xi\nu_1\nu) \bar{Z} & \\ &= Y_2(X_0\nu^2/L) \end{aligned} \right\} \dots\dots (38)$$

これより $\bar{Y}$ を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{Y} &= Y_1(X_0\nu^2/L) \\ &\times \{ \nu_1^2 - (1 - R\xi Y_2/Y_1)\nu^2 + i2\xi\nu_1\nu \} / \Delta \dots (39) \\ \Delta &= (\nu_0^2 - \nu^2)(\nu_1^2 - \nu^2) - R\mu^2\xi^2\nu^4 \\ &+ i2\xi\nu_1\nu(\nu_0^2 - \nu^2) \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

よって、主系の応答振幅 $|\bar{Y}|$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} |\bar{Y}| &= Y_1(X_0\nu^2/L) \\ &\times \{ [\nu_1^2 - (1 - R\xi Y_2/Y_1)\nu^2]^2 + (2\xi\nu_1\nu)^2 \}^{1/2} / |\Delta| \end{aligned} \dots\dots\dots (41)$$

$$\begin{aligned} |\Delta| &= \{ [(\nu_0^2 - \nu^2)(\nu_1^2 - \nu^2) - R\mu^2\xi^2\nu^4]^2 \\ &+ \{2\xi\nu_1\nu(\nu_0^2 - \nu^2)\}^2 \}^{1/2} \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

さて、式(41)で $\xi \rightarrow 0$ としたときの応答振幅を $|\bar{Y}|_0$ とすると

$$\begin{aligned} |\bar{Y}|_0 &= Y_1(X_0\nu^2/L) \\ &\times \left| \frac{\nu_1^2 - (1 - R\xi Y_2/Y_1)\nu^2}{(\nu_0^2 - \nu^2)(\nu_1^2 - \nu^2) - R\mu^2\xi^2\nu^4} \right| \dots\dots\dots (43) \end{aligned}$$

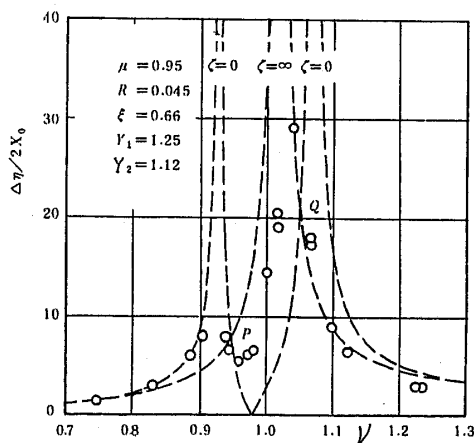


図2 $\mu = 0.95$ の場合の主系の応答 (副系タイプ I)
 $h = 28.2, h_1 = 10, X_0 = 0.1(\text{cm})$

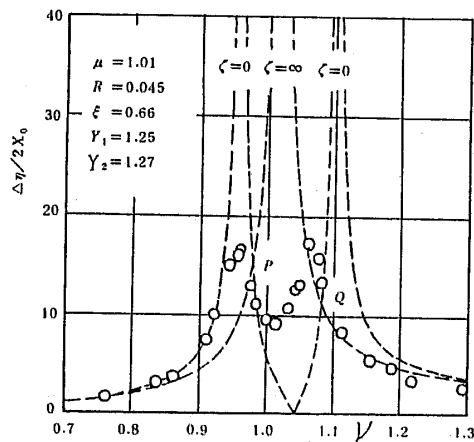


図3 $\mu = 1.01$ の場合の主系の応答 (副系タイプ I)
 $h = 24.9, h_1 = 10, X_0 = 0.1(\text{cm})$

となる。また、 $\xi \rightarrow \infty$ となったときの応答振幅を $|\bar{Y}|_\infty$ とすると

$$|\bar{Y}|_\infty = Y_1(X_0\nu^2/L) / |\nu_0^2 - \nu^2| \dots\dots\dots (44)$$

となる。したがって、機械振動系のダイナミックダンパの場合と同様に⁽¹⁴⁾、逆 U 字管を加えたときの主系のスロッシングの応答は式(43)、(44)で与えられる曲線の間にあり、応答曲線は減衰によらない定点 P、Q を通ることがわかる (振動数の低いほうが P 点)。式(43)、(44)の曲線は図2~6で破線で示している。

P、Q 点における応答振幅が等しくなるときの振動数比を μ^* とすると

$$\mu^* = \sqrt{1 - R\xi Y_2 / 2Y_1} \dots\dots\dots (45)$$

で与えられる。 $\mu < \mu^*$ のとき、P 点は Q 点より低く、また、 $\mu > \mu^*$ のとき P 点は Q 点より高くなる。 $\mu = \mu^*$ のときの P、Q 点の応答振幅を $|\bar{Y}|^*$ とすると

$$|\bar{Y}|^* = Y_1 \frac{X_0}{L} \frac{1}{\xi} \sqrt{\frac{2}{R}} \dots\dots\dots (46)$$

となる。実振幅は $L|\bar{Y}|^*$ で、最大応答をこれより小さくすることはできない。 $|\bar{Y}|^*$ は防振設計の一つの目標値である。

なお、最初の考えでは逆 U 字管内気柱部の絞りを調節して最適減衰を与える予定であったが、逆 U 字管内水柱部の流動抵抗が意外に大きく、振動数比 μ を 1 の近くにしておけば、気柱部の絞り抵抗を加えなくても、応答振幅を十分小さくできることがわかった。したがって、逆 U 字管によるダイナミックダンパの設計指針は、与えられた条件に対して、振動数比が μ^*

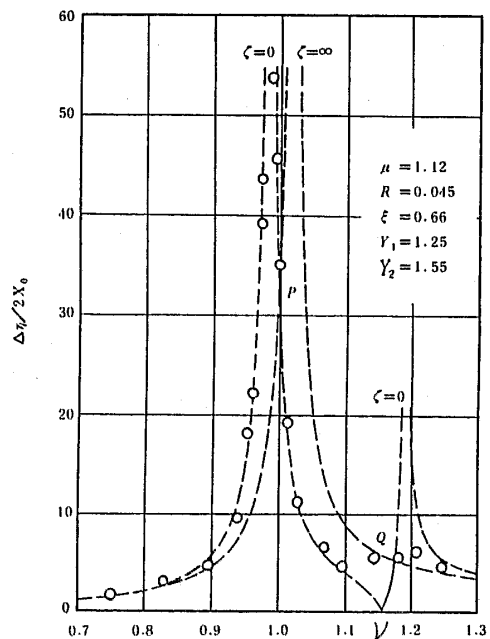


図4 $\mu = 1.12$ の場合の主系の応答 (副系タイプ I)
 $h = 20.2, h_1 = 10, X_0 = 0.1(\text{cm})$

となるように水柱部の長さ h を定めることである。

5. 実験結果と考察

5.1 実験装置および実験方法 主系である液体貯槽は内法寸法 (単位 cm) $80 \times 80 \times 30$ の長方形容器であり、厚さ 20 mm のアクリル板でできている。これを電動モータとクラシク機構によって水平に動く加振台に乗せ、容器の長手方向に正弦状に加振する。液面変位は容器壁面において目視によって測定する。なお、底面から 25 mm の位置に取付けた圧力変換器によって圧力変動を測定し、応答振幅が定常に達したかどうかをモニタするのに使用した。

副系である逆 U 字管はタイプ I とタイプ II と 2 種類使用した。タイプ I は外径 60 mm、肉厚 5 mm の透明なアクリルパイプでできており、両脚中心間距離は 640 mm である。気柱部には絞りは付いていない。気柱部にコックを取付け、これを通して気柱部の空気量を変え、両脚部水柱の長さ h を調節する。これによって、副系と主系との振動数比 μ を変える。タイプ II は厚さ 1 mm の塩化ビニルシートを折り曲げて、40 mm $\times$ 52 mm (外法) の長方形管を作り、これをコの字形に組合せて作ったもので、脚部中心間距離は 750 mm である。コの字の角部では空気通路が絞られていて、全体として減衰の大きい系となっている。その他の機能はタイプ I と同じである。

実験は次の手順で行う。与えられた水深 H に対して振動数比 μ が 1 に近くなるように水柱の長さ h を定める。次に液面変位が最大ときでも水柱先端が空中に出ないように没水深さ h_1 を定めて、副系を主系に固定する。加振振幅 X_0 を定め、振動数を少しずつ変えて、主系のスロッシングの定常応答振幅を目視により読み取る。水柱の長さ h をいくつか変えて、スロ

ッシングの応答状況を調べ、理論による予測と比較する。

5.2 実験結果と考察 実験結果の一例を図 2~6 に示す。ここで、実験データは容器壁面における水位の最大値と最小値との差 $\Delta\eta$ の半分を加振振幅 X_0 で無次元化して $\Delta\eta/2X_0$ で整理している。これは式 (41) の $L|\bar{Y}|/X_0$ に相当する。無防振の場合のデータは示されていないが、共振点近傍では $\Delta\eta/2X_0 = 170 \sim 180$ 程度の値になることを付記しておく。その他のデータは図 2~6 中および図 2~6 の表題の所に示してある。

図 2~4 はタイプ I の副系を使用し、 h を 3 種に変えて $\mu = 0.95, 1.01$ および 1.12 としたときの主系の応答の変化を比較したものである。

図 2 は P 点が Q 点より低くなる場合、図 3 は P、Q 点の高さがほぼ等しくなる場合、図 4 は P 点が Q 点より高くなる場合である。副系の逆 U 字管を加えることにより、複合系は近似的に二自由度連成振動系となり、 $\mu \approx 1$ では、逆 U 字管がダイナミックダンパとなっていることがわかる。理論値とややずれているところもあるが、定性的には理論的予測と一致している。図 3 では二つの応答ピークの高さがほぼ等しくなっており、最大応答振幅は無防振の場合の 1/10 に低下している。図 4 は振動数比が図 3 の場合から約 11% もずれた場合であるが、それでも最大応答振幅は無防振の場合の 1/3 以下である。このことは実用上からいって非常に重要な点である。というのは、振動数比が設定値からわずかにずれただけで主系の応答が直ちに無防振の場合の応答に近くなるようでは、ダンパとして実用性に欠けることになる。言い換えると、振動数比の設定が設計値より多少ずれていても重大な危険に陥ることなく、安全性にある程度の余裕が存在することが実用上必要だからである。

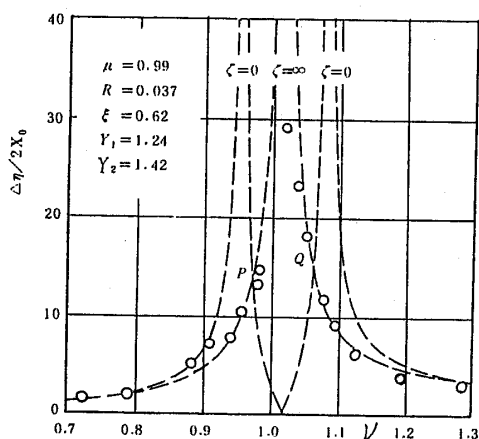


図 5 $\mu = 0.99$ の場合の主系の応答 (副系タイプ II)
 $h = 26, h_1 = 13, X_0 = 0.1(\text{cm})$

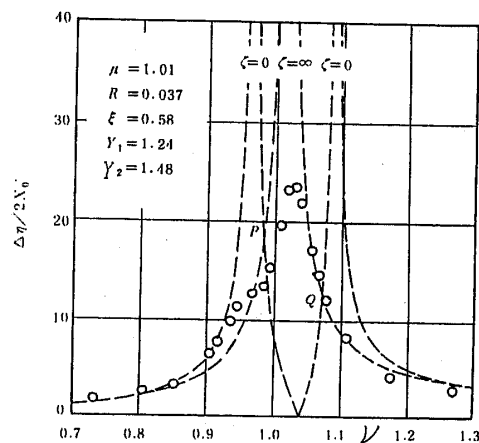


図 6 $\mu = 1.01$ の場合の主系の応答 (副系タイプ II)
 $h = 25, h_1 = 15, X_0 = 0.1(\text{cm})$

図5, 6はタイプIIの副系を使用した場合である。振動数比が $\mu=0.99$ と1.01の場合を示しているが、応答のピークは一つであり、減衰が非常に大きい場合の応答曲線にほぼのっている。タイプIIの副系は気柱部に絞りがあり、全体として過減衰となっている。最適減衰からは非常に離れていると考えられるが、それでも最大応答振幅は無防振の場合の1/6および1/7となっている。図6の振動数比は図3のものと同じであるが、減衰の違いによって、応答の様子は非常に違ったものとなっている。気柱部に絞りを加える必要はないことがわかる。

以上の実験結果から明らかなように、ここで提案した逆U字管によるダイナミックダンパ方式のスロッシング防振法は非常に有効であり、振動数比を $\mu \approx 1$ に設定しておけば、ばね定数比が3.5~4.5%の範囲でも主系の応答を無防振の場合の1/6~1/10に減少させることがわかった。また、振動数比が $\mu \approx 1$ より多少ずれても、直ちに危険になることはなく、十分実用になることが確認された。

なお、理論計算による応答と実験値との間に定量的に若干の差違が認められるが、これは本研究の理論は線形を仮定して、系に含まれる非線形を考慮していないこと、および分布系である主系を集中系で近似したことによるものと思われる。これらの点については今後の課題としてさらに検討を進めたい。

6. 結 言

液体貯槽のスロッシングを防振する一つの方法として、逆U字管によるダイナミックダンパ方式の防振法について理論的、実験的に研究を行い、以下の結果を得た。

主系である貯槽内液体のスロッシングに、逆U字管内水柱の振動を副系として付加し、両者の固有振動

数をほぼ等しくすると、複合系は近似的に慣性連成による二自由度振動系となり、逆U字管がダイナミックダンパとなる。連成に係るパラメータは副系と主系のばね定数比、固有振動数比および逆U字管の取付け位置によって定まる連成効果係数の三つである。防振能力としては、振動数比を1の近傍に設定しておけば、ばね定数比が3.5~4.5%程度の値で、主系の応答振幅を無防振の場合の1/6~1/10に減少させることができる。また、振動数比が1近傍の最適設定値から多少ずれていても直ちに危険になることはなく、十分実用性があることが確認された。

終わりに、本研究の一部は昭和56年度および57年度の科学研究費補助金〔一般研究(B)〕によって行われたことを付記する。また、実験に当たりご協力いただいた昭和57年3月卒業の加藤千幸君、三宅慎一君および昭和58年3月卒業の安原慎一君、大塚裕之君に謝意を表する。

文 献

- (1) Moiseev, N. N. and Petrov, A. A., *Ad. Appl. Mech.*, 9 (1966), 91.
- (2) 曾我部, 生産研究, 26-7 (昭49), 271.
- (3) 曾我部, 生産研究, 26-9 (昭49), 355.
- (4) Fultz, D., *J. Fluid Mech.*, 13-2 (1962), 193.
- (5) Abramson, H. N., ほか2名, *Trans. ASME, Ser. E*, 33-4 (1966), 777.
- (6) Faltinsen, O. M., *J. Ship Res.*, 18-4 (1974), 224.
- (7) Hutton, R. E., *NASA Tech. Note*, D-1870 (1963).
- (8) Miles, J. W., *J. Fluid Mech.*, 75-3 (1976), 419.
- (9) 木村・大橋, 機論, 44-385 (昭53), 3024.
- (10) 木村・大橋, 機論, 44-386 (昭53), 3446.
- (11) 木村・大橋, 機論, 46-401, C (昭55), 42.
- (12) 葉山・ほか2名, 機論, 49-473, C (昭58), 22.
- (13) Luke, J. C., *J. Fluid Mech.* 27-Pt. 2 (1967), 395.
- (14) den Hartog, J. P., *Mechanical Vibrations*, 4th ed., (1956), Ch. 3, McGraw-Hill, New York.