



**HAL**  
open science

## Interaction matière-onde évanescente de Fresnel. II. Absorption par un atome au voisinage d'un dioptre plan

J.M. Vigoureux, R. Payen

► **To cite this version:**

J.M. Vigoureux, R. Payen. Interaction matière-onde évanescente de Fresnel. II. Absorption par un atome au voisinage d'un dioptre plan. *Journal de Physique*, 1975, 36 (7-8), pp.631-642. 10.1051/jphys:01975003607-8063100 . jpa-00208296

**HAL Id: jpa-00208296**

**<https://hal.science/jpa-00208296>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification  
Physics Abstracts

5.235 — 8.850 — 3.300

## INTERACTION MATIÈRE-ONDE ÉVANESCENTE DE FRESNEL. II. ABSORPTION PAR UN ATOME AU VOISINAGE D'UN DIOPTRE PLAN

J. M. VIGOUREUX (\*) et R. PAYEN (\*\*)

Faculté des Sciences de Reims, 51062 Reims Cedex, France

(Reçu le 8 janvier 1975, accepté le 19 mars 1975)

**Résumé.** — Nous étudions l'absorption par un atome placé dans un champ électromagnétique homogène, ou évanescent, au voisinage d'un dioptre plan. Lorsque l'atome est au repos dans un champ magnétique statique la différence d'intensité obtenue sur certaines transitions permet de mettre en évidence l'influence de la polarisation particulière du champ évanescent. En l'absence de champ magnétique, l'étude de l'absorption lorsque l'atome est en mouvement permet de considérer les effets de l'échange d'impulsion-énergie du genre espace qui pourrait intervenir dans l'onde évanescente.

**Abstract.** — We study the absorption by an atom placed in a homogeneous field, or the evanescent electromagnetic field, in the vacuum near a refracting medium. When the atom is at rest in a static magnetic field, there occurs a shift in the intensities depending on the polarization of the evanescent wave. In the absence of a magnetic field, the absorption when the atom is in motion implies the exchange of a spacelike energy-momentum.

**1. Introduction.** — Poursuivant notre étude des interactions matière-onde évanescente de Fresnel [1], nous présentons ici le cas de l'absorption d'un atome placé au voisinage d'un dioptre plan.

Ce problème a déjà fait l'objet d'une étude concernant les transitions dipolaires électriques obtenues dans le mode transverse électrique (T.E.) par C. K. Carniglia, L. Mandel et K. H. Drexhage [2]. Le cas du mode transverse magnétique (T.M.) conduit, comme l'ont annoncé ces auteurs, à des résultats analogues. Par contre, l'étude des transitions dipolaires magnétiques conduit à des résultats très différents. On y remarque en particulier, dans le cas T.E. et pour les faibles valeurs du rapport  $z_0/\lambda_0$  de la distance atome-dioptre à la longueur d'onde utilisée, une probabilité d'absorption supérieure dans l'onde évanescente à celle que l'on obtient quand l'onde transmise par le dioptre est homogène.

Le champ électrique pour une onde polarisée T.M. (ou le champ magnétique pour une onde polarisée T.E.) décrit dans le plan d'incidence une ellipse. Cette topographie de champ tourne se retrouve dans les guides d'ondes (A. Kastler [3]). L'onde évanescente présente cependant une particularité puisque le demi-grand axe de l'ellipse est supérieur à l'amplitude du champ. Pour étudier ce type de polarisation très

particulier et mieux comprendre les résultats précédents, nous étudions au paragraphe 4 l'absorption du champ évanescent dans un champ magnétique statique  $B_0$  afin de séparer, par effet Zeeman, les niveaux d'énergie correspondant aux différentes valeurs de la composante  $M$  du moment cinétique de l'atome suivant la direction de  $B_0$ . Les résultats les plus intéressants, dont certains avaient déjà été signalés par l'un d'entre nous (J. M. Vigoureux [4] et [5]) sont alors obtenus lorsque le champ magnétique statique est perpendiculaire au plan d'incidence. Pour les transitions dipolaires électriques dans une onde incidente polarisée T.M., comme pour les transitions dipolaires magnétiques dans une onde incidente polarisée T.E., les probabilités des transitions  $\Delta M = +1$  et  $\Delta M = -1$  sont égales lorsque l'onde transmise par le dioptre est homogène, mais sont différentes lorsque l'onde transmise est évanescente, l'une d'entre elles étant plus intense dans l'onde évanescente que dans l'onde homogène.

Au paragraphe 5, nous considérons un atome en mouvement. Le vecteur impulsion-énergie absorbé dans l'onde évanescente étant du genre espace, l'atome initialement dans un état excité peut alors, pour une vitesse suffisante, *monter* par absorption dans un niveau *inférieur*. Ceci n'a rien de paradoxal puisque dans le repère de l'atome l'énergie absorbée est négative et que l'on peut assimiler l'absorption d'une énergie négative à une émission (O. Costa de Beauregard *et al.* [6]). Des processus d'absorption normale

(\*) Laboratoire de Recherches optiques.

(\*\*) Département de Mathématiques.

sont également possibles. Comme cas limite entre ces deux phénomènes, on peut avoir des transitions de type Cerenkov où l'atome reste dans le même niveau.

**2. Formalisme général.** — On considère un dioptré plan séparant l'espace en deux demi-espaces, l'un vide, l'autre rempli d'un diélectrique d'indice  $n_0$ , supposé homogène, isotrope, non magnétique et transparent. On rapporte l'espace à un trièdre ortho-normé  $Oxyz$  (Fig. 1) dont le plan  $Oxy$  est dans le dioptré, et l'axe  $Oz$  est dirigé vers la partie vide. L'atome interagissant avec le champ est situé dans le vide à la distance  $z_0$  ( $z_0 > 0$ ) du dioptré.

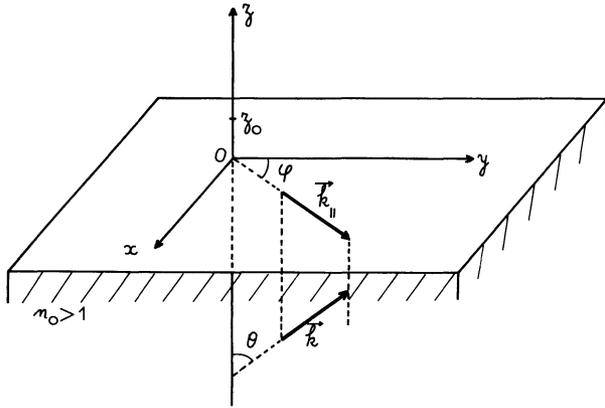


FIG. 1. — Description du référentiel.  $\mathbf{k}$  est le vecteur d'onde de la partie incidente d'un mode triplet *left*. Le vecteur  $\mathbf{k}$  moyen du paquet d'onde incident est situé dans le plan  $Oyz$ .

Nous utilisons la décomposition du champ électromagnétique en modes triplets proposée par C. K. Carniglia et L. Mandel [7] et nous conserverons les notations de ces auteurs. Ces modes sont dit *Left* et *Right* selon que l'onde incidente provient du diélectrique ou du demi-espace vide. C'est dans le cas d'un mode *left* que l'onde transmise peut être évanescente. Nous nous limiterons ici à l'absorption de tels modes caractérisés par le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  de la partie incidente et par la polarisation  $s$  :  $s = 1$  ou  $2$  suivant que la polarisation est transverse électrique (T.E.) ou transverse magnétique (T.M.). Le champ électrique  $\mathcal{E}_L(\mathbf{k}, s, \mathbf{r})$  relatif à un mode *left* se décompose en parties incidente, réfléchie et transmise (Fig. 2)

$$\mathcal{E}_L(\mathbf{k}, s, \mathbf{r}) = \mathcal{E}_L^I(\mathbf{k}, s, \mathbf{r}) + \mathcal{E}_L^R(\mathbf{k}, s, \mathbf{r}) + \mathcal{E}_L^T(\mathbf{k}, s, \mathbf{r}).$$

Notons  $\hat{u}(\mathbf{k}, s)$  et  $\hat{u}^+(\mathbf{k}, s)$  les opérateurs d'annihilation et de création du mode  $(\mathbf{k}, s)$ . La partie du potentiel vecteur, indépendant du temps, correspondant à tous les modes *left*, s'écrit dans le système d'unités MKSA :

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = -\frac{j}{(2\pi)^3} \int_{k_3 > 0} d^3\mathbf{k} \sum_{s=1}^2 \times \frac{1}{\sqrt{\omega \varepsilon_0}} (\mathcal{E}_L(\mathbf{k}, s, \mathbf{r}) \hat{u}(\mathbf{k}, s) - \text{c.c.}). \quad (2.1)$$

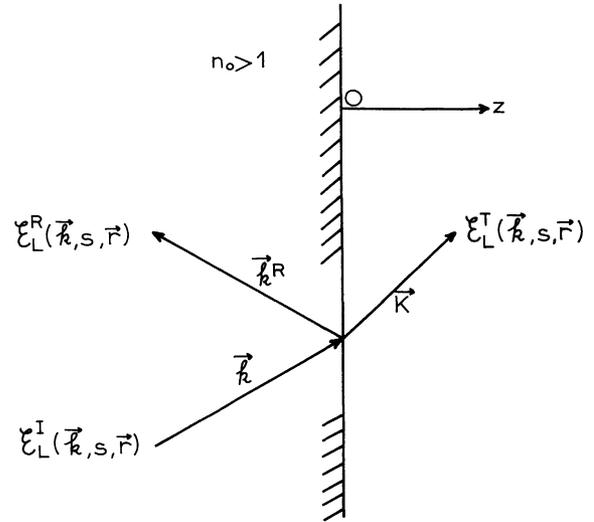


FIG. 2. — Mode triplet *left*. Illustration des notations utilisées pour les différentes composantes d'un mode triplet. Les indices supérieurs I, R, T désignent respectivement les parties incidente, réfléchie et transmise. Le vecteur d'onde est noté  $\mathbf{K}$  dans le vide,  $\mathbf{k}$  dans le diélectrique.

La seule relation de commutation non nulle intervenant ici sera (C. K. Carniglia et L. Mandel [7], formules (66) et (82))

$$[\hat{u}(\mathbf{k}, s), \hat{u}^+(\mathbf{k}', s')] = (2\pi)^3 \hbar \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta_{ss'}. \quad (2.2)$$

Les vecteurs d'onde qui interviennent dans le mode triplet  $(\mathbf{k}, s)$  sont notés  $\mathbf{k}$  pour la partie incidente,  $\mathbf{K}$  pour la partie transmise,  $\mathbf{k}^R$  pour la partie réfléchie (Fig. 2). Ils ont même composante parallèlement au dioptré :  $k_{\parallel} = K_{\parallel} = k_{\parallel}^R$ . Notons  $\theta$  l'angle de  $\mathbf{k}$  avec  $Oz$ ,  $\varphi$  l'angle de  $\mathbf{k}_{\parallel}$  avec  $Oy$  (Fig. 1)

$$\begin{aligned} k_{\parallel} = K_{\parallel} = & \\ = & (n_0 |\mathbf{K}| \sin \theta \sin \varphi, n_0 |\mathbf{K}| \sin \theta \cos \varphi, 0) \quad (2.3) \\ k_3 = & n_0 |\mathbf{K}| \cos \theta. \end{aligned}$$

Soit  $\theta_c$  l'angle critique de la réflexion défini par  $\sin \theta_c = 1/n_0$ . La partie transmise est homogène si  $\theta < \theta_c$ , évanescente si  $\theta > \theta_c$ , et l'on a :

$$\begin{aligned} K_3 = |\mathbf{K}| \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \theta} & \quad \text{si } \theta < \theta_c \\ K_3 = j\tilde{K}_3 = j|\mathbf{K}| \sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1} & \quad \text{si } \theta > \theta_c. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Notons  $\mathbf{e}_1$  le vecteur unitaire perpendiculaire au plan d'incidence défini par  $\mathbf{k}$  et  $Oz$ , et  $\mathbf{e}_2$  le vecteur  $(\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{K})/|\mathbf{K}|$  dont les composantes peuvent être complexes. L'atome, étant situé dans la partie vide de l'espace, n'interagit qu'avec la partie transmise du mode triplet qui s'écrit (C. K. Carniglia et L. Mandel [7]) avec nos notations :

$$\mathcal{E}_L^T(\mathbf{k}, s, \mathbf{r}) = \tau_s \mathbf{e}_s \exp(j\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}). \quad (2.5)$$

Les coefficients  $\tau_s$  valant selon la polarisation :

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2 k_3}{n_0 K_3 + k_3} \\ \tau_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2 k_3}{n_0^2 K_3 + k_3} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Dans nos calculs interviendront les modules carrés de  $\tau_s$  et  $\varepsilon_s$ , soit, pour une onde T.E. ( $s = 1$ ) :

$$|\varepsilon_1|^2 = 1 \quad (2.7)$$

$$|\tau_1|^2 = \frac{2 \cos^2 \theta}{(n_0 \cos \theta + \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \theta})^2} \quad \text{si } \theta < \theta_c \quad (2.8)$$

$$|\tau_1|^2 = \frac{2 \cos^2 \theta}{n_0^2 - 1} \quad \text{si } \theta > \theta_c$$

pour une onde T.M. ( $s = 2$ ),

$$\begin{aligned} |\varepsilon_2|^2 &= 1 & \text{si } \theta < \theta_c \\ |\varepsilon_2|^2 &= 2 n_0^2 \sin^2 \theta - 1 & \text{si } \theta > \theta_c \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$|\tau_2|^2 = \frac{2 \cos^2 \theta}{(\cos \theta + n_0 \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \theta})^2} \quad \text{si } \theta < \theta_c$$

$$\begin{aligned} |\tau_2|^2 &= \frac{2 \cos^2 \theta}{n_0^2(n_0^2 \sin^2 \theta - 1) + \cos^2 \theta} \\ &= \frac{2 \cos^2 \theta}{(n_0^2 - 1)(n_0^2 \sin^2 \theta - \cos^2 \theta)} \quad \text{si } \theta > \theta_c. \end{aligned} \quad (2.10)$$

On suppose que le champ électromagnétique est initialement dans un état  $\Phi_s$  à un seul photon représenté par un paquet de modes triplets left de type  $(\mathbf{k}, s)$ , dont le vecteur d'onde incident  $\mathbf{k}$  pointe dans un volume élémentaire  $G$  de l'espace des  $\mathbf{k}$ , le vecteur  $\mathbf{k}$  moyen du paquet d'ondes étant situé dans le plan  $Oyz$ . On prendra

$$\Phi_s = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{\hbar G}} \int_G \hat{u}^+(\mathbf{k}, s) \Phi_0 d^3\mathbf{k} \quad (2.11)$$

où  $\Phi_0$  désigne l'état vide. Le facteur constant a été choisi de manière à obtenir  $\Phi_s^* \Phi_s = 1$ .

En utilisant ces modes triplets, les calculs d'interaction sont analogues à ceux d'un atome avec le champ libre. Pour rendre plus évidente cette analogie tout en conservant la définition des modes triplets telle qu'elle est donnée par C. K. Carniglia et L. Mandel [7], nous introduisons la notation

$$|\mathbf{k}, s\rangle = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{\hbar}} \hat{u}^+(\mathbf{k}, s) \Phi_0 \quad (2.12)$$

ainsi

$$\langle \mathbf{k}', s' | \mathbf{k}, s \rangle = \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) \delta_{s's}$$

et

$$\Phi_s = \frac{1}{\sqrt{G}} \int_G d^3\mathbf{k} |\mathbf{k}, s\rangle. \quad (2.13)$$

Soient  $|i\rangle$  et  $|f\rangle$  l'état initial et l'état final de l'atome,  $E_i$  et  $E_f$  les énergies respectives de ces états. La pulsation du mode  $|\mathbf{k}, s\rangle$  est  $\omega = |\mathbf{k}| c/n_0$ . Posons

$$\omega_0 = \frac{E_f - E_i}{\hbar}. \quad (2.14)$$

Si  $V$  est l'hamiltonien d'interaction, un calcul analogue à celui de l'interaction avec un champ libre conduit à l'expression suivante de la probabilité d'absorption par unité de temps du photon  $\Phi_s$  :

$$\begin{aligned} \Pi_G &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2t} \left| \frac{1}{\sqrt{G}} \int_G d^3\mathbf{k} \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{2 \sin((\omega_0 - \omega)t)}{\hbar(\omega_0 - \omega)} \langle f, 0 | V | i, \mathbf{k}, s \rangle \right|^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

**3. Probabilités d'absorption.** — 3.1 TRANSITIONS DIPOLAIRES ÉLECTRIQUES. — L'hamiltonien d'interaction du champ électromagnétique avec l'atome est (les notations étant classiques) :

$$V = - \sum_{\alpha} \frac{q}{m} \mathbf{P}_{\alpha} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}_{\alpha}). \quad (3.1)$$

On se place dans l'approximation dipolaire et l'on néglige la position du  $\alpha$ -ième électron par rapport au centre de l'atome situé à la distance  $z_0$  du dioptre. Il reste alors un facteur  $|\exp(jK_3 z_0)|$  qui, pour  $K_3$  complexe, est différent de l'unité et vaut  $\exp(-K_3 z_0)$ . Compte tenu de

$$\begin{aligned} \langle \Phi_0 | \hat{u}(\mathbf{k}', s') | \mathbf{k}, s \rangle &= \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{\hbar}} \Phi_0^* \hat{u}(\mathbf{k}', s') \hat{u}^+(\mathbf{k}, s) \Phi_0 \\ &= (2\pi)^{3/2} \sqrt{\hbar} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta_{s's} \end{aligned} \quad (3.2)$$

on a, en utilisant l'expression (2.1) du champ électromagnétique et (2.5) :

$$\begin{aligned} \langle f, 0 | V | i, \mathbf{k}, s \rangle &= \\ &= \frac{jq}{(2\pi)^3 m} \int_{k_3 > 0} d^3\mathbf{k}' \sum_{s'=1}^2 \frac{e^{jK_3 z_0} \tau_{s'}}{\sqrt{\omega' \varepsilon_0}} \times \\ &\quad \times \langle f, 0 | \sum_{\alpha} \mathbf{P}_{\alpha} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{s'} \hat{u}(\mathbf{k}', s') | i, \mathbf{k}, s \rangle \\ &= \frac{jq}{m} \left( \frac{\hbar}{(2\pi)^3 \omega \varepsilon_0} \right)^{1/2} e^{jK_3 z_0} \tau_s \times \\ &\quad \times \langle f | \sum_{\alpha} \mathbf{P}_{\alpha} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_s | i \rangle. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Notant  $\mathbf{D}$  le moment dipolaire électrique de l'atome, on a :

$$\begin{aligned} \langle f, 0 | V | i, \mathbf{k}, s \rangle &= \\ &= - \left( \frac{\hbar}{(2\pi)^3 \omega \varepsilon_0} \right)^{1/2} e^{jK_3 z_0} \omega_0 \tau_s \langle f | \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_s | i \rangle. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Pour  $G$  petit, on écrira l'intégrale figurant dans (2.15) sous la forme :  $G \times$  intégrant. En notant  $d\Omega$  un angle solide élémentaire,

$$G = k^2 dk d\Omega = n_0^3 \omega^2 d\omega d\Omega/c^3.$$

En reportant dans (2.15) et en effectuant la limite lorsque  $t \rightarrow \infty$ , on trouve :

$$\begin{aligned} \Pi_G &= \frac{n_0^3 \omega}{4 \pi^2 \varepsilon_0 \hbar c^3} \times \\ &\times |e^{jK_3 z_0} \omega_0 \tau_s \langle f | \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_s | i \rangle|^2 \delta(\omega - \omega_0) d\omega d\Omega. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Après intégration en  $\omega$ , on obtient la probabilité par unité de temps et pour un vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  de la partie incidente du mode, pointé dans l'unité d'angle solide :

$$\Pi = \frac{n_0^3 \omega_0^3}{4 \pi^2 \varepsilon_0 \hbar c^3} |e^{jK_3 z_0} \tau_s \langle f | \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_s | i \rangle|^2. \quad (3.6)$$

Afin d'effectuer la moyenne sur toutes les orientations possibles du moment dipolaire  $\mathbf{D}$ , nous considérons des états initial et final dont les moments cinétiques  $J$  et  $J'$  sont fixés, soit  $|i\rangle = |\alpha, J\rangle$ ,  $|f\rangle = |\alpha', J'\rangle$ , les indices  $\alpha$  et  $\alpha'$  désignant les états d'énergie interne de l'atome, et nous écrivons que les  $2J+1$  valeurs de la composante  $M$  du moment cinétique sur un axe  $OZ$  fixé, sont équiprobables. Soient  $D_\rho$  et  $\varepsilon_{sp}$  ( $\rho = +, 0, -$ ) les composantes standards suivant l'axe  $OZ$  de l'opérateur  $\mathbf{D}$  et du vecteur  $\boldsymbol{\varepsilon}_s$ . En utilisant les éléments de matrice réduits et les coefficients de Clebsch-Gordan, on a, en notant d'une barre la valeur moyenne :

$$\begin{aligned} \langle \alpha' J' | \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_s | \alpha J \rangle^2 &= \\ &= \frac{1}{2J+1} \sum_{M, M'} \left| \langle \alpha' J' M' | \sum_\rho D_\rho \varepsilon_{s\rho} | \alpha J M \rangle \right|^2 \\ &= \frac{|\langle \alpha' J' || \mathbf{D} || \alpha J \rangle|^2}{(2J+1)(2J'+1)} \sum_{MM'} \times \\ &\times \left| \sum_\rho \varepsilon_{s\rho} \langle J 1 M \rho | J' M' \rangle \right|^2. \end{aligned} \quad (3.7)$$

En utilisant l'égalité

$$\begin{aligned} \langle J 1 M \rho | J' M' \rangle &= \\ &= (-1)^{1-J'-M} \sqrt{\frac{2J'+1}{3}} \langle JJ' - MM' | 1 \rho \rangle \end{aligned} \quad (3.8)$$

et la relation d'orthogonalité

$$\sum_{MM'} \langle JJ' MM' | 1 \rho \rangle \langle JJ' MM' | 1 \rho' \rangle = \delta_{\rho\rho'} \quad (3.9)$$

on a :

$$\sum_{MM'} \left| \sum_\rho \varepsilon_{s\rho} \langle J 1 M \rho | J' M' \rangle \right|^2 = \frac{2J'+1}{3} |\boldsymbol{\varepsilon}_s|^2. \quad (3.10)$$

En notant

$$\mathcal{D} = \frac{\omega_0^3}{8 \pi^2 \varepsilon_0 \hbar c^3} \cdot \frac{1}{3(2J+1)} |\langle \alpha' J' || \mathbf{D} || \alpha J \rangle|^2 \quad (3.11)$$

la valeur moyenne de la densité de probabilité d'une transition dipolaire électrique d'un atome dans un champ libre, la valeur moyenne de l'expression (3.6) peut alors s'écrire :

$$\overline{\Pi}_s^{\text{DE}} = 2 \mathcal{D} n_0^3 |e^{jK_3 z_0} \tau_s|^2 |\boldsymbol{\varepsilon}_s|^2 \quad (3.12)$$

(où l'indice supérieur DE signifie « dipolaire électrique »).

Pour une onde incidente polarisée T.E. et si la partie transmise est homogène ( $\theta < \theta_c$ )

$$\overline{\Pi}_1^{\text{DE}} = n_0^3 \mathcal{D} \frac{4 \cos^2 \theta}{(n_0 \cos \theta + \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \theta})^2}. \quad (3.13)$$

Si la partie transmise est évanescence ( $\theta > \theta_c$ )

$$\begin{aligned} \overline{\Pi}_1^{\text{DE}} &= n_0^3 \mathcal{D} \frac{4 \cos^2 \theta}{n_0^2 - 1} \times \\ &\times \exp(-2 \omega_0 z_0 \sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1}/c). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Pour une onde incidente polarisée T.M., si  $\theta < \theta_c$

$$\overline{\Pi}_2^{\text{DE}} = n_0^3 \mathcal{D} \frac{4 \cos^2 \theta}{(\cos \theta + n_0 \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \theta})^2} \quad (3.15)$$

et, si  $\theta > \theta_c$ ,

$$\begin{aligned} \overline{\Pi}_2^{\text{DE}} &= n_0^3 \mathcal{D} \cdot \frac{4 \cos^2 \theta (2 n_0^2 \sin^2 \theta - 1)}{(n_0^2 - 1)(n_0^2 \sin^2 \theta - \cos^2 \theta)} \times \\ &\times \exp(-2 \omega_0 z_0 \sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1}/c). \end{aligned} \quad (3.16)$$

### 3.2 TRANSITIONS DIPOLAIRES MAGNÉTIQUES. —

Dans le cas d'une transition dipolaire magnétique, prenons comme hamiltonien d'interaction

$$V = -\frac{q}{2m} \mathbf{M} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad (3.17)$$

où  $\mathbf{M}$  est le moment dipolaire magnétique de l'atome et  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  est le champ magnétique interagissant. D'après C. K. Carniglia et L. Mandel [7], la partie du champ magnétique  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  indépendant du temps, correspondant à tous les modes triplets left s'écrit

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{(2\pi)^3 c} \int_{k_3 > 0} d^3 \mathbf{k} \sum_{s=1}^2 \sqrt{\frac{\omega}{\varepsilon_0}} \times \\ &\times (\mathfrak{B}_L(\mathbf{k}, s, \mathbf{r}) \hat{u}(\mathbf{k}, s) + \text{c.c.}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

où  $\mathfrak{B}_L(\mathbf{k}, s, \mathbf{r})$  se décompose en parties incidente, transmise, réfléchi, la partie transmise valant

$$\begin{aligned} \mathfrak{B}_L^{\text{T}}(\mathbf{k}, 1, \mathbf{r}) &= -\varepsilon_2 \tau_1 e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \\ \mathfrak{B}_L^{\text{T}}(\mathbf{k}, 2, \mathbf{r}) &= \varepsilon_1 \tau_2 e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Il suffit donc, dans les calculs précédents, de multiplier les probabilités par  $(q/2mc)^2$ , de remplacer  $\mathbf{D}$  par  $\mathbf{M}$ , et de permuter les vecteurs  $\boldsymbol{\varepsilon}_2$  et  $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ .

Notons  $\langle \alpha' J' \| \mathbf{M} \| \alpha J \rangle$  l'élément de matrice réduit du moment dipolaire magnétique de l'atome et

$$\mathcal{M} = \left( \frac{q}{2mc} \right)^2 \frac{\omega_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 \hbar c^3} \frac{|\langle \alpha' J' \| \mathbf{M} \| \alpha J \rangle|^2}{3(2J+1)} \quad (3.20)$$

la valeur moyenne de la densité de probabilité d'une transition dipolaire magnétique d'un atome dans un champ libre. Pour les probabilités des transitions dipolaires magnétiques (notées avec un indice supérieur DM) on aura une expression analogue à (3.12) où l'on utilise dans  $\boldsymbol{\varepsilon}_r$  un indice  $r$  valant 2 si  $s = 1$ , 1 si  $s = 2$  :

$$\overline{\Pi}_s^{\text{DM}} = 2 \mathcal{M} n_0^3 |e^{jK_3 z_0} \boldsymbol{\tau}_s \boldsymbol{\varepsilon}_r|^2 \quad (3.21)$$

D'où les expressions explicites : pour une onde T.E. ( $s = 1, r = 2$ ),

$$\overline{\Pi}_1^{\text{DM}} = \frac{4 n_0^3 \mathcal{M} \cos^2 \theta}{(n_0 \cos \theta + \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \theta})^2} \quad \text{si } \theta < \theta_c \quad (3.22)$$

$$\overline{\Pi}_1^{\text{DM}} = \frac{4 n_0^3 \mathcal{M} \cos^2 \theta (2 n_0^2 \sin^2 \theta - 1)}{n_0^2 - 1} \times \exp(-2 \omega_0 z_0 \sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1}/c) \quad \text{si } \theta > \theta_c \quad (3.23)$$

et, pour une onde T.M. ( $s = 2, r = 1$ )

$$\overline{\Pi}_2^{\text{DM}} = \frac{4 n_0^3 \mathcal{M} \cos^2 \theta}{(\cos \theta + n_0 \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \theta})^2} \quad \text{si } \theta < \theta_c \quad (3.24)$$

$$\overline{\Pi}_2^{\text{DM}} = \frac{4 n_0^3 \mathcal{M} \cos^2 \theta \exp(-2 \omega_0 z_0 \sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1}/c)}{(n_0^2 - 1) (n_0^2 \sin^2 \theta - \cos^2 \theta)} \quad \text{si } \theta > \theta_c \quad (3.25)$$

**3.3 DISCUSSION QUALITATIVE DES RÉSULTATS.** — Nous avons représenté les variations de la probabilité en fonction de l'angle d'incidence, pour les transitions dipolaires électriques (Fig. 3 et 4) et magnétiques (Fig. 5 et 6).

Dans le cas d'une transition dipolaire électrique et pour une onde polarisée T.E. (Fig. 3) le résultat a déjà été indiqué par C. K. Carniglia, L. Mandel et K. H. Drexhage [2] qui l'ont aussi vérifié expérimentalement.

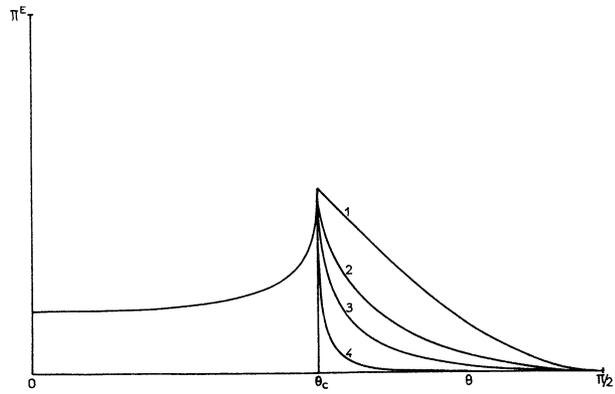


FIG. 3. — Variation de la probabilité d'une transition dipolaire électrique en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$ . Cas d'une onde incidente polarisée T.E. En ordonnée on a indiqué  $\Pi^E = 4 n_0^3 \mathcal{D}$ , la valeur de  $\mathcal{D}$  étant donnée par la formule (3.11). Pour  $\theta > \theta_c$ , les courbes numérotées 1 à 4 correspondent à 4 valeurs différentes de  $z_0$  :  $z_0 = 0, \lambda_0/10, \lambda_0/5, \lambda_0/2, \lambda_0$  étant la longueur d'onde (dans le vide) du mode absorbé. Pour effectuer le tracé, on a choisi  $n_0 = 1,4$ .

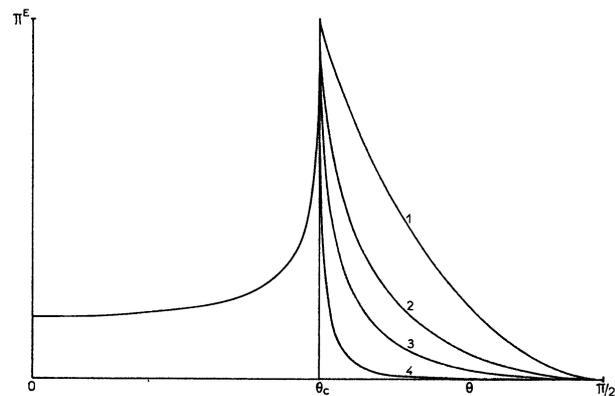


FIG. 4. — Variation de la probabilité d'une transition dipolaire électrique en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$ . Cas d'une onde incidente polarisée T.M. Les valeurs de  $\Pi^E, z_0, n_0$  sont les mêmes que pour la figure 3.

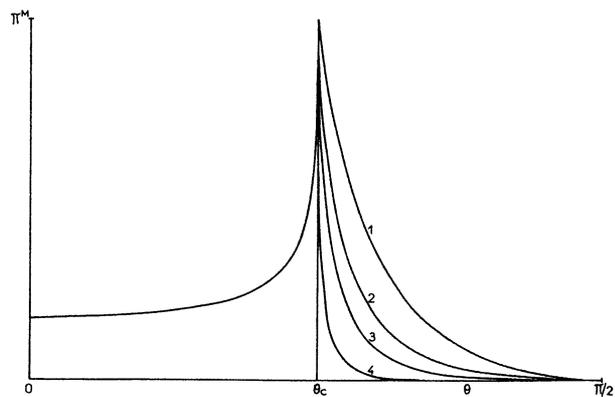


FIG. 5. — Variation de la probabilité d'une transition dipolaire magnétique en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$ . Cas d'une onde polarisée T.M. En ordonnée on a indiqué  $\Pi^M = 4 n_0^3 \mathcal{M}$ , où  $\mathcal{M}$  est donné par la formule (3.20). Pour  $\theta > \theta_c$ , les courbes sont numérotées de 1 à 4 comme dans la figure 3.

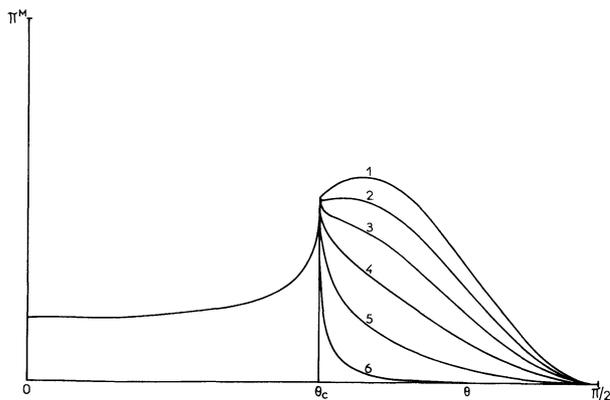


FIG. 6. — Variation de la probabilité d'une transition dipolaire magnétique en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$ . Cas d'une onde incidente polarisée T.E. En ordonnée on a indiqué  $\Pi^M = 4 n_0^3 \mathcal{M}$ , la valeur de  $\mathcal{M}$  étant donnée par la formule (3.20). Pour  $\theta > \theta_c$ , les courbes numérotées 1 à 6 correspondent à 6 valeurs différentes de  $z_0$  :  $z_0 = 0$ ,  $z_0 = \lambda_0/50$ ,  $z_0 = \lambda_0/20$ ,  $z_0 = \lambda_0/10$ ,  $z_0 = \lambda_0/5$ ,  $z_0 = \lambda_0/2$ ,  $\lambda_0$  étant la longueur d'onde (dans le vide) du mode absorbé. Pour effectuer le tracé, on a choisi  $n_0 = 1,4$ .

Dans le cas d'une transition dipolaire magnétique et pour une onde polarisée T.E. (Fig. 6) les résultats sont très différents. Au lieu de décroître lorsque  $\theta > \theta_c$ , l'intensité absorbée continue à croître (du moins si la distance  $z_0$  est suffisamment petite devant la longueur d'onde correspondant à la transition étudiée) et est plus grande dans l'onde évanescente que dans l'onde homogène. Le rapport entre probabilité maximum et probabilité à l'angle critique croît avec  $n_0$ . Pour  $z_0 = 0$ , le maximum est atteint pour  $\sin \theta = \sqrt{1 + 2 n_0^2/2 n_0}$ , et en comparant cette valeur à  $\sin \theta > 1/n_0$  qui caractérise l'onde évanescente, on voit que ce phénomène ne peut avoir lieu que si  $n_0^2 > 1,5$ .

A l'angle d'incidence critique, la probabilité d'une transition dipolaire magnétique est plus grande dans l'onde polarisée T.M. que dans l'onde polarisée T.E. (le rapport étant  $n_0^2$ ) mais pour  $z_0$  suffisamment petit, la décroissance de la probabilité d'absorption en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$  étant plus lente pour un mode T.E., elle devient rapidement supérieure à celle que l'on obtiendrait dans l'onde T.M. à angle d'incidence égal, comme le montre la figure 7.

Ces résultats sont évidemment liés à la polarisation *elliptique longitudinale* de l'onde évanescente. En étudiant séparément les transitions  $\Delta M = 0$  et  $\Delta M = \pm 1$ , il est possible de préciser les effets de ce type de polarisation. Pour cela nous placerons l'atome dans un champ magnétique statique et ce sera l'objet du paragraphe suivant.

**4. Probabilités d'absorption dans un champ magnétique statique.** — 4.1 TRANSITIONS DIPOLAIRES ÉLECTRIQUES. — D'une manière générale lors de l'interaction du champ électromagnétique avec un atome situé dans un champ magnétique statique, le fait que la lumière excitatrice ait une polarisation  $\pi$

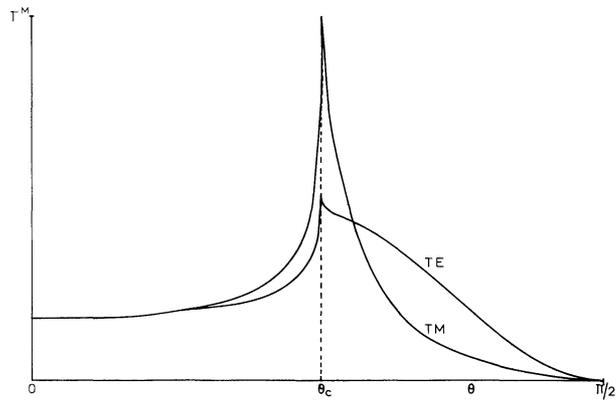


FIG. 7. — Comparaison des probabilités de transitions dipolaires magnétiques selon la polarisation T.E. ou T.M. de l'onde émise. Le tracé est effectué pour  $z_0 = \lambda_0/20$ ,  $n_0 = 1,4$ .

(amplitude du champ parallèle au champ statique),  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$  (polarisation circulaire droite ou gauche dans un plan perpendiculaire au champ statique) suffit à assurer que la transition  $\Delta M = 0$ ,  $\Delta M = +1$ , ou  $\Delta M = -1$ , se produise de manière sélective. Si l'excitatrice est une superposition de polarisations  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  d'amplitude différente, ce qui est le cas dans l'onde évanescente, l'une ou l'autre des transitions  $\Delta M = +1$  ou  $\Delta M = -1$  prédominera. Pour une onde évanescente polarisée T.M., les composantes des champs électrique et magnétique sont données par les formules (2.5) et (3.19) avec  $s = 2$ . En explicitant les composantes de  $\epsilon_2$ , on voit que le champ électrique  $\mathcal{E}^T$  décrit dans le plan d'incidence une ellipse dont le demi-grand axe  $n_0 \sin \theta \mathcal{B}^T$  est plus grand que  $|\mathcal{E} \cdot \mathcal{E}|^{1/2} = |\mathcal{B}^T| = |\tau_2|$ . Il faut donc prévoir, de plus, que l'une de ces deux raies sera plus intense dans l'onde transmise évanescente que dans l'onde transmise homogène. L'étude séparée des diverses transitions  $\Delta M = 0$ ,  $\Delta M = \pm 1$ , qui nécessite la présence d'un champ magnétique statique afin de lever la dégénérescence Zeeman des niveaux étudiés, permettra ainsi d'interpréter les résultats précédents, et conduira à une meilleure connaissance de l'onde évanescente.

Pour effectuer le calcul d'une manière générale, notons  $OZ$  la direction du champ statique  $\mathbf{B}_0$  et introduisons les composantes standards du moment dipolaire électrique  $\mathbf{D}$  et de  $\epsilon_s$  :

$$\begin{aligned} D_0 &= D_z & D_{\pm} &= \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (D_x \pm jD_y) \\ \epsilon_0 &= \epsilon_z & \epsilon_{\pm} &= \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\epsilon_x \mp j\epsilon_y). \end{aligned} \quad (4.1)$$

Nous considérerons ici que les facteurs de Landé des états  $J$  et  $J'$  sont égaux, de sorte que pour  $\rho$  fixé, toutes les transitions  $\Delta M = \rho$  ont lieu sur la même fréquence. En utilisant les notations des paragraphes 2 et 3, la probabilité d'une transition  $\Delta M = \rho$

( $\rho = +1, 0, -1$ ) entre des états  $|\alpha J\rangle$  et  $|\alpha' J'\rangle$  est d'après (3.6) :

$$\Pi_{s\rho} = \frac{n_0^3 \omega_0^3}{4 \pi^2 \varepsilon_0 \hbar c^3} |e^{jk_{3z_0}} \tau_s \varepsilon_{s\rho}|^2 \frac{1}{2J+1} \times \sum_M |\langle \alpha' J' M + \rho | D_\rho | \alpha J M \rangle|^2. \quad (4.2)$$

On déduit de (3.8) et (3.9) :

$$\begin{aligned} \sum_M |\langle \alpha' J' M + \rho | D_\rho | \alpha J M \rangle|^2 &= \\ &= \frac{1}{2J'+1} |\langle \alpha' J' \| \mathbf{D} \| \alpha J \rangle|^2 \times \\ &\quad \times \sum_M \sum_{M'} |\langle J 1 M \rho | J' M' \rangle|^2 \\ &= \frac{1}{3} |\langle \alpha' J' \| \mathbf{D} \| \alpha J \rangle|^2. \end{aligned} \quad (4.3)$$

En utilisant l'expression (3.11) de la densité de probabilité  $\mathcal{D}$  d'une transition dipolaire électrique d'un atome placé dans un champ libre, on obtient l'expression suivante d'une transition dipolaire électrique où  $\Delta M = \rho$

$$\Pi_{s\rho}^{DE} = 2 n_0^3 \mathcal{D} |e^{jk_{3z_0}} \tau_s|^2 \cdot |\varepsilon_{s\rho}|^2. \quad (4.4)$$

Explicitons cette formule suivant que la direction  $OZ$  du champ constant est perpendiculaire ou parallèle au plan d'incidence et, dans ce dernier cas, perpendiculaire ou parallèle au dioptre. Pour cela, nous repérons l'espace par un trièdre  $Oxyz$ ;  $Oyz$  correspondant au plan d'incidence,  $Oz$  étant perpendiculaire au plan du dioptre (Fig. 1 avec  $\varphi = 0$ ). Dans ce repère  $OZ$  sera successivement l'un des trois axes  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ .

4.1.1. Cas d'une onde T.M. ( $s = 2$ ). — Les composantes de  $\varepsilon_2$  dans le repère  $Oxyz$  sont  $(0, \beta, -n_0 \sin \theta)$  où

$$\begin{aligned} \beta &= \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \theta} \quad \text{si } \theta < \theta_c \\ \beta &= j \sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1} \quad \text{si } \theta > \theta_c. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Lorsque le champ constant est parallèle à  $Ox$ , les composantes standards de  $\varepsilon_2$  s'écrivent d'après (4.1) et (4.5) :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{2\pm} &= \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\beta \pm j n_0 \sin \theta) \\ \varepsilon_{20} &= 0. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Il n'y a donc pas de transition  $\Delta M = 0$ , et les probabilités d'absorption sur les transitions  $\Delta M = +1$  et  $\Delta M = -1$  sont égales dans l'onde homogène puisque :

$$|\varepsilon_{2+}|^2 = |\varepsilon_{2-}|^2 = \frac{1}{2} \quad (4.7)$$

mais différentes dans l'onde évanescente où

$$|\varepsilon_{2\pm}|^2 = \frac{1}{2} (\sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1} \pm n_0 \sin \theta)^2. \quad (4.8)$$

Si la partie transmise est homogène ( $\theta < \theta_c$ ) la probabilité d'absorption  $\Pi_{2\rho}^{DE}$  s'écrit suivant les valeurs de  $\rho = +, 0, -$  :

$$\Pi_{2\pm}^{DE} = \Pi_{2-}^{DE} = n_0^3 \mathcal{D} \cdot \frac{2 \cos^2 \theta}{(\cos \theta + n_0 \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \theta})^2}. \quad (4.9)$$

Si la partie transmise est évanescente ( $\theta > \theta_c$ ) :

$$\begin{aligned} \Pi_{2\pm}^{DE} &= n_0^2 \mathcal{D} \frac{2 \cos^2 \theta (\sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1} \pm n_0 \sin \theta)^2}{(n_0^2 - 1)(n_0^2 \sin^2 \theta - \cos^2 \theta)} \times \\ &\quad \times \exp(-2 \omega_0 z_0 \sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1}/c). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Les variations de  $\Pi$  en fonction de  $\theta$  sont représentées sur la figure 8.

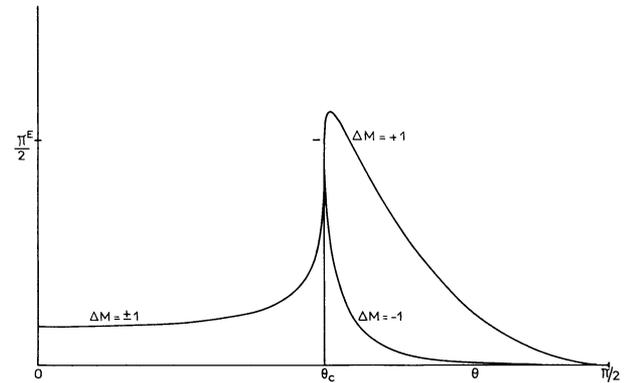


FIG. 8. — Variation de la probabilité d'une transition dipolaire électrique  $\Delta M = \pm 1$  en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$ . Le champ magnétique statique est dirigé suivant  $Ox$ , le plan d'incidence étant le plan  $yOz$  (Fig. 1, avec  $\varphi = 0$ ), l'onde incidente est polarisée T.M. En ordonnée on a indiqué  $\Pi^E/2 = 2 n_0^3 \mathcal{D}$ . La valeur de  $\mathcal{D}$  étant donnée par (3.11). La courbe est tracée pour  $z_0 = 0,05 \lambda_0$  et  $n_0 = 1,4$ . Le tiret indique la valeur correspondant à  $\theta = \theta_c$ .

Lorsque le champ constant est dirigé suivant  $Oy$  les transitions  $\Delta M = +1$  et  $\Delta M = -1$  ont des probabilités égales que l'on obtient en utilisant

$$|\varepsilon_{2+}|^2 = |\varepsilon_{2-}|^2 = \frac{n_0^2 \sin^2 \theta}{2} \quad \text{pour } \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]. \quad (4.11)$$

Pour  $\Delta M = 0$ , on utilisera :

$$|\varepsilon_{20}|^2 = |\beta|^2. \quad (4.12)$$

Lorsque le champ est dirigé suivant  $Oz$ , on obtient des résultats analogues en utilisant :

$$|\varepsilon_{2+}|^2 = |\varepsilon_{2-}|^2 = \frac{|\beta|^2}{2} \quad (4.13)$$

$$|\varepsilon_{20}|^2 = n_0^2 \sin^2 \theta.$$

4.1.2. Cas d'une onde T.E. ( $s = 1$ ). —  $\varepsilon_1$  est dirigé suivant  $Ox$ . Ou bien la transition  $\Delta M = 0$  n'existe pas et les transitions  $\Delta M = +1$  et  $\Delta M = -1$

ont même probabilité (champ suivant  $Oy$  ou  $Oz$ ) ou bien n'existe que la transition  $\Delta M = 0$  (champ constant suivant  $Ox$ ).

4.2 TRANSITIONS DIPOLAIRES MAGNÉTIQUES. — On obtient la probabilité de transition dipolaire magnétique en remplaçant dans (4.4)  $\mathcal{D}$  par  $\mathcal{M}$  (dont la valeur est donnée par (3.20)) et  $\epsilon_s$  par  $\epsilon_r$ , où  $r$  vaut 1 (resp. 2) si  $s$  vaut 2 (resp. 1), soit

$$\Pi_{s\rho}^{\text{DM}} = 2 n_0^3 \mathcal{M} |e^{jK_3 z_0} \tau_s|^2 |\epsilon_{r\rho}|^2. \quad (4.14)$$

Les résultats les plus intéressants sont obtenus dans le cas d'une onde T.E. ( $s = 1$ ) :

Lorsque le champ statique est dirigé selon  $Ox$  les densités de probabilité s'écrivent en utilisant (4.14), (4.6) et (2.8) :

$$\Pi_{1\pm}^{\text{DM}} = n_0^3 \mathcal{M} \frac{2 \cos^2 \theta}{(n_0 \cos \theta + \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \theta})^2} \quad \text{si } \theta < \theta_c \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{1\pm}^{\text{DM}} &= n_0^3 \mathcal{M} \frac{2 \cos^2 \theta}{n_0^2 - 1} \times \\ &\times (\sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1} \pm n_0 \sin \theta)^2 \\ &\times \exp(-2 \omega_0 z_0 \sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1/c}) \\ &\quad \text{si } \theta > \theta_c. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Pour toutes les valeurs de  $\theta \in [0, \pi/2]$

$$\Pi_{10}^{\text{DM}} = 0. \quad (4.17)$$

Nous avons représenté sur la figure 9 ces variations de la densité de probabilité en fonction de  $\theta$ .

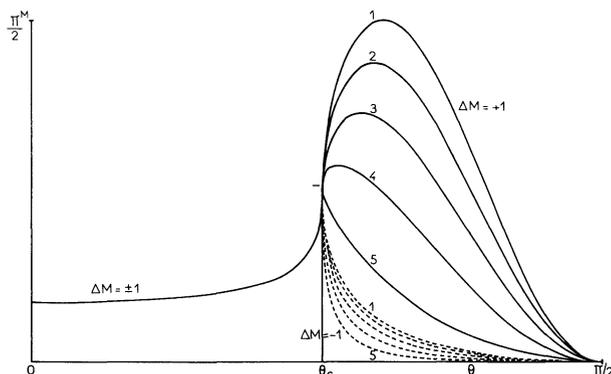


FIG. 9. — Variation de la probabilité d'une transition dipolaire magnétique  $\Delta M = \pm 1$  en fonction de  $\theta$ . Le champ magnétique statique est dirigé suivant  $Ox$  (Fig. 1 avec  $\varphi = 0$ ). L'onde incidente est polarisée T.E. En ordonnée on a indiqué  $\Pi^M/2 = 2 n_0^3 \mathcal{M}$  la valeur de  $\mathcal{M}$  étant donnée par (3.20). Pour  $\theta > \theta_c$  on a tracé en continu la transition  $\Delta M = +1$  et en pointillés,  $\Delta M = -1$ . Les numéros 1 à 5 correspondant respectivement à  $z_0 = 0$ ,  $z_0 = \lambda_0/50$ ,  $z_0 = \lambda_0/20$ ,  $z_0 = \lambda_0/10$ ,  $z_0 = \lambda_0/5$ . Les courbes sont tracées pour  $n_0 = 1.4$ . Le tiret indique la valeur correspondant à  $\theta = \theta_c$ .

Les intensités des transitions  $\Delta M = +1$  et  $\Delta M = -1$ , égales dans l'onde homogène prennent donc, quelle que soit la valeur de  $n_0$ , des valeurs très différentes dans l'onde évanescente (Fig. 9). On notera de plus que pour des valeurs de  $z_0$  assez petites,

l'intensité absorbée sur la transition  $\Delta M = +1$  est maximum non plus à l'incidence critique  $\theta_c$  mais lorsque l'onde est évanescente, pour une valeur  $\theta_m$  de  $\theta$  fonction de  $z_0$  ( $\theta_m = \theta_m(z_0) > \theta_c$ ).

Un résultat similaire, observable quelle que soit la valeur de  $n_0$ , se retrouve dans le cas des transitions dipolaires électriques (onde T.M.) lorsque le champ statique est parallèle à  $Ox$  (relations (4.9) et (4.10), Fig. 8) avec une différence toutefois : alors que dans le cas de transitions dipolaires magnétiques (onde T.E.) le rapport de l'intensité maximum à l'intensité obtenue pour  $\theta = \theta_c$  croît avec l'indice, rendant ainsi le phénomène de plus en plus important, il reste très faible dans le cas de transitions dipolaires électriques (onde T.M.).

Lorsque le champ statique est parallèle à  $Oy$  (Fig. 10) les densités de probabilité s'écrivent, pour  $\theta < \theta_c$  :

$$\Pi_{1\pm}^{\text{DM}} = n_0^5 \mathcal{M} \frac{2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{(n_0 \cos \theta + \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \theta})^2} \quad (4.18)$$

$$\Pi_{10}^{\text{DM}} = n_0^3 \mathcal{M} \frac{4 \cos^2 \theta (1 - n_0^2 \sin^2 \theta)}{(n_0 \cos \theta + \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \theta})^2}$$

et pour  $\theta > \theta_c$

$$\begin{aligned} \Pi_{1\pm}^{\text{DM}} &= n_0^5 \mathcal{M} \frac{2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{n_0^2 - 1} \times \\ &\times \exp(-2 \omega_0 z_0 \sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1/c}) \\ \Pi_{10}^{\text{DM}} &= n_0^3 \mathcal{M} \frac{4 \cos^2 \theta (n_0^2 \sin^2 \theta - 1)}{n_0^2 - 1} \times \\ &\times \exp(-2 \omega_0 z_0 \sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1/c}). \end{aligned} \quad (4.19)$$

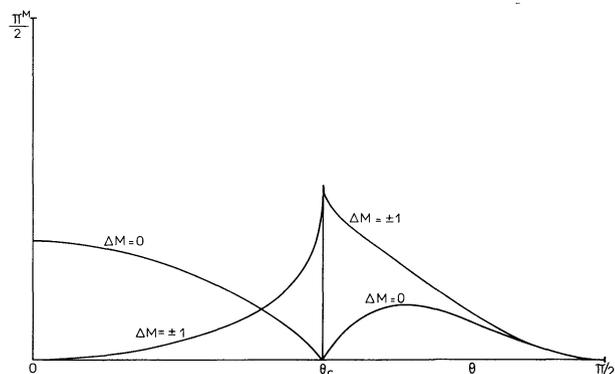


FIG. 10. — Variation de la probabilité des transitions dipolaires magnétiques  $\Delta M = 0, \pm 1$  en fonction de  $\theta$ . Le champ magnétique statique étant dans le plan d'incidence, parallèle à  $Oy$  (Fig. 1 avec  $\varphi = 0$ ). L'onde incidente est polarisée T.E. En ordonnée  $\Pi^M/2 = 2 n_0^3 \mathcal{M}$ . La courbe est tracée pour  $z_0 = 0,05 \lambda_0$  et  $n_0 = 1.4$ .

Les figures 11 et 11 bis, tracées pour cette même orientation du champ statique, pour différentes valeurs de  $n_0$ , montrent respectivement que les transitions  $\Delta M = \pm 1$  et  $\Delta M = 0$  peuvent être plus intenses lorsque l'onde transmise est évanescente que lorsqu'elle est homogène. Ce résultat n'est cependant observable que si  $n_0$  est grand. En comparant les

courbes correspondant à  $n_0 = 2$  des figures 11 et 11 bis, on remarque en outre que l'intensité maximum a lieu sur la transition  $\Delta M = 0$  alors que pour des valeurs inférieures de l'indice il était obtenu pour  $\Delta M = \pm 1$ .

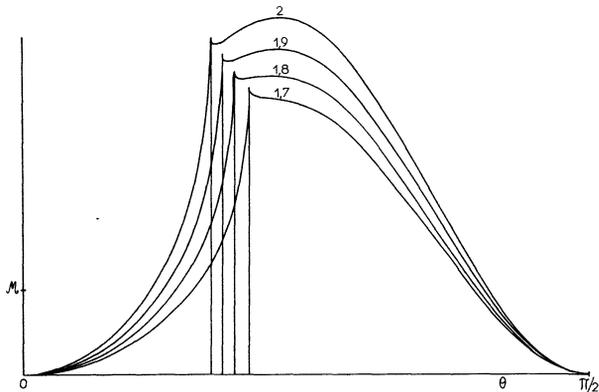


FIG. 11. — Variation en fonction de  $\theta$  et pour différentes valeurs de  $n_0$ , de la probabilité des transitions dipolaires magnétiques  $\Delta M = \pm 1$ , le champ magnétique statique étant dans le plan d'incidence et parallèle à  $Oy$  (Fig. 1 avec  $\varphi = 0$ ). Les valeurs de  $n_0$  sont :  $n_0 = 1,7$ ;  $n_0 = 1,8$ ;  $n_0 = 1,9$ ;  $n_0 = 2$ . Le tracé est effectué avec  $z_0 = \lambda_0/50$ .

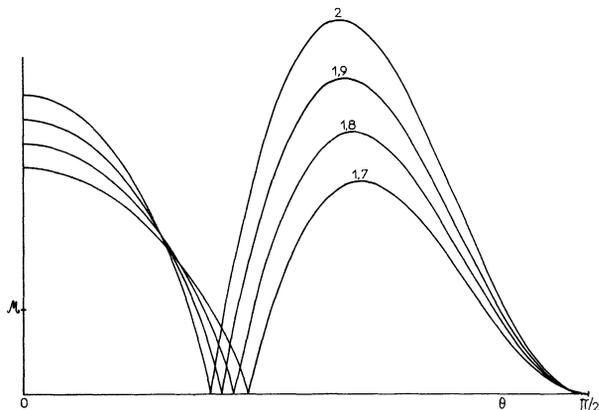


FIG. 11 bis. — Variation en fonction de  $\theta$  et pour différentes valeurs de  $n_0$ , de la probabilité de transition dipolaire magnétique  $\Delta M = 0$ , le champ magnétique statique étant dans le plan d'incidence et parallèle à  $Oy$  (Fig. 1 avec  $\varphi = 0$ ). Les valeurs de  $n_0$  sont :  $n_0 = 1,7$ ;  $n_0 = 1,8$ ;  $n_0 = 1,9$ ;  $n_0 = 2$ . Le tracé est effectué avec  $z_0 = \lambda_0/50$ .

Lorsque le champ statique est parallèle à  $Oz$ , on obtient les densités de probabilité en portant (2.8) et (4.13) dans (4.14). Ces probabilités peuvent alors s'exprimer en fonction de (4.18) et (4.19) : on a  $2 \Pi_{1\pm}^{DM}$  pour la transition  $\Delta M = 0$  et  $\Pi_{10}^{DM}/2$  pour les transitions  $\Delta M = \pm 1$ . Pour de grandes valeurs de  $n_0$  on obtient également une exaltation de ces transitions dans l'onde évanescente, la transition  $\Delta M = \pm 1$  restant cependant beaucoup moins intense que la transition  $\Delta M = 0$ .

Dans le cas de transitions dipolaires électriques, il n'y a pas d'exaltation possible pour les transitions  $\Delta M = \pm 1$  lorsque le champ statique est parallèle à  $Oy$  ni pour la transition  $\Delta M = 0$  lorsque le champ statique est parallèle à  $Oz$ . Ce résultat fait apparaître

une dissymétrie entre transitions dipolaires électriques et transitions dipolaires magnétiques.

5. Atome en mouvement. Quanta d'impulsion-énergie du genre espace. — 5.1 CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES. — Soit un atome se déplaçant à vitesse constante dans le vide, parallèlement et à la distance  $z_0$  du dioptre avec une impulsion initiale  $\mathbf{P}_i = (0, P_2, 0)$ . Soit un mode évanescent dont l'énergie et l'impulsion de la partie transmise sont respectivement dans le repère du dioptre  $\hbar\omega$  et

$$\hbar\mathbf{K} = \left( 0, n_0 \sin \theta \frac{\hbar\omega}{c}, j \frac{\hbar\omega}{c} \sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1} \right).$$

Dans le repère propre de l'atome dont la vitesse  $v$  est parallèle à l'axe  $Oy$ , nous avons donc en posant

$$\alpha = 1/\sqrt{1 - (v/c)^2} :$$

$$\begin{aligned} \omega' &= \alpha(\omega - vK_2) = \alpha\omega \left( 1 - \frac{v}{c} n_0 \sin \theta \right) \\ K_2' &= \alpha \left( K_2 - \frac{\omega v}{c^2} \right) = \frac{\alpha\omega}{c} \left( n_0 \sin \theta - \frac{v}{c} \right) \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$K_3' = K_3 = j\tilde{K}_3 = j\frac{\omega}{c} \sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta - 1}.$$

Lorsque  $v = c/n_0 \sin \theta$ , on a

$$\frac{1}{\alpha^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{n_0^2 \sin^2 \theta - 1}{n_0^2 \sin^2 \theta}$$

et ces valeurs deviennent

$$\begin{aligned} \omega' &= 0 \\ K_2' &= \frac{\alpha\omega}{c} \cdot \frac{n_0^2 \sin^2 \theta - 1}{n_0 \sin \theta} = \tilde{K}_3 \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$K_3' = K_3 = j\tilde{K}_3.$$

Lorsque  $v > (c/n_0 \sin \theta)$ , l'énergie  $\hbar\omega'$  devient négative. Une transformation de Lorentz ordinaire (orthochrone) peut ainsi changer le signe de l'énergie absorbée ou émise (O. Costa de Beauregard, Ch. Imbert, J. Ricard [6]), ce qui, comme on va l'expliquer au paragraphe 5.4, n'est pas contradictoire avec la relativité restreinte.

Ces résultats peuvent être représentés géométriquement : si, dans le repère du dioptre, l'impulsion  $cP_2$  et l'énergie  $E$  de l'atome sont portées respectivement sur les axes orthonormés  $cP$  et  $E$ , la transformation de Lorentz fait tourner ces axes autour de l'origine vers la bissectrice du premier quadrant d'un même angle  $\eta = \text{arctg } v/c$  et dilate la représentation graphique de leur vecteur unitaire (Fig. 12). Le repère obtenu correspond au repère propre de l'atome. L'impulsion-énergie échangée, c'est-à-dire le vecteur  $(\hbar cK_2, \hbar\omega)$  est représentée d'après les équations ci-dessus par un vecteur du genre espace  $\mathbf{OB}$  dont la pente  $\alpha$  est inférieure à 1. Il est alors clair que lorsque

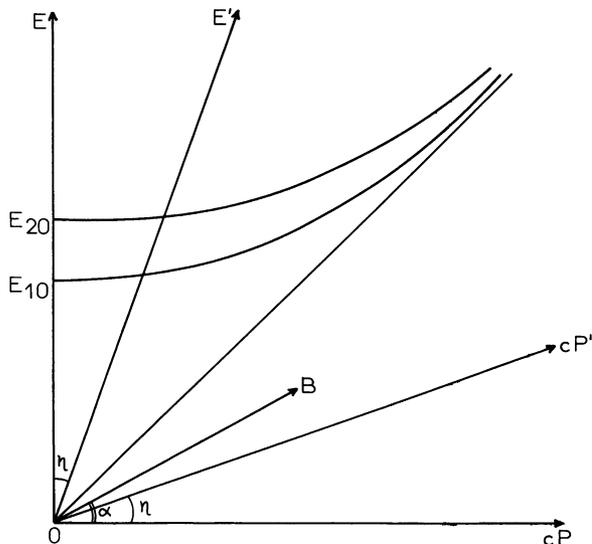


FIG. 12. — Représentation géométrique dans le repère du dioptre et dans celui de l'atome du vecteur énergie-impulsion échangé dans l'onde évanescente. Les axes  $cP$  et  $E$  correspondent au repère du dioptre, les axes  $cP'$  et  $E'$  au repère de l'atome. L'angle  $\eta$  vaut  $\arctg(v/c)$ . L'énergie-impulsion échangée est représentée par le vecteur  $OB = (\hbar c K_2, \hbar \omega)$ .

$\eta > \alpha$  l'énergie  $\hbar \omega'$  obtenue en projetant le vecteur  $OB$  sur l'axe  $E'$  parallèlement à  $cP'$  est négative.

Si l'on trace de plus sur ce diagramme le niveau fondamental

$$E_1^2 = c^2 |\mathbf{P}_1|^2 + E_{10}^2$$

et un niveau excité

$$E_2^2 = c^2 |\mathbf{P}_2|^2 + E_{20}^2,$$

de l'atome, cette représentation géométrique des éq. (5.1) conduira à distinguer (O. Costa de Beauregard, C. Imbert, J. Ricard [6]) dans le repère du dioptre les différents types d'interaction que nous avons représentés sur les figures 13, 14 et 15.

5.2 ABSORPTION NORMALE. — Ce processus est représenté sur la figure 13 : l'atome est initialement dans l'état fondamental  $E_i = E_1$  (point M). Dans le repère du dioptre, il absorbe alors un mode évanescent et monte dans l'état final excité  $E_f = E_2$  (point N). Pour que l'absorption puisse avoir lieu, la conservation de l'énergie  $E_2 = E_1 + \hbar \omega$  et de l'impulsion  $\mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_1 + \hbar \mathbf{K}_{\parallel}$  doivent être simultanément satisfaites. La relation  $E^2 = c^2 |\mathbf{P}|^2 + E_0^2$  conduit alors à la condition nécessaire

$$\begin{aligned} E_{f0}^2 - E_{i0}^2 &= E_{20}^2 - E_{10}^2 = \\ &= E_2^2 - E_1^2 - c^2(|\mathbf{P}_2|^2 - |\mathbf{P}_1|^2) \end{aligned} \quad (5.3)$$

soit, en négligeant  $\hbar \omega$  devant  $E_1$  :

$$\begin{aligned} E_{20}^2 - E_{10}^2 &= 2 E_1 \hbar \omega - 2 c^2 \hbar \mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{K} = \\ &= 2 E_1 \hbar \omega \left(1 - \frac{K_2 v}{\omega}\right). \end{aligned} \quad (5.4)$$

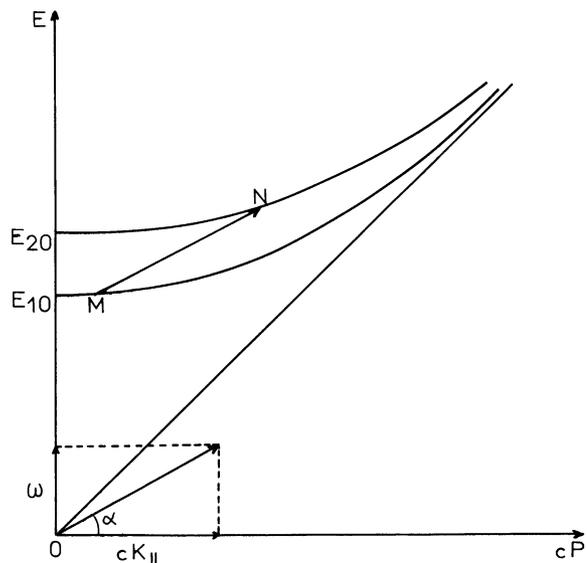


FIG. 13. — Absorption normale dans l'onde évanescente.

L'expression  $E_{20}^2 - E_{10}^2$  étant positive, le phénomène étudié ne pourra se produire que si

$$v < \frac{c}{n_0 \sin \theta}. \quad (5.5)$$

Pour des niveaux  $E_{20}$  et  $E_{10}$  fixés, à chaque valeur de la vitesse  $v$  vérifiant cette inégalité correspondra donc une valeur de la pulsation que nous pouvons tirer de (5.4)

$$\hbar \omega \left(1 - K_2 \frac{v}{\omega}\right) = \frac{E_{20}^2 - E_{10}^2}{2 E_1}$$

soit, puisque

$$E_{20} - E_{10} = \hbar \omega_0 \quad \text{et} \quad (E_{20} + E_{10})/2 E_1 \neq 1$$

lorsque  $v$  est faible :

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} = n_0 \sin \theta \frac{v}{c} > \frac{v}{c}. \quad (5.6)$$

Cette relation correspond à un effet Doppler que nous aurions pu évidemment obtenir en utilisant (5.1) à l'approximation des faibles vitesses.

Dans le cas usuel de l'interaction avec un champ libre, on obtient un effet plus faible :

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} \leq \frac{v}{c}. \quad (5.7)$$

C'est la différence entre les éq. (5.6) et (5.7) qui doit permettre de tester, en utilisant un atome en mouvement, la possibilité d'absorber la composante

$$K_2 = n_0 \omega \sin \theta / c > \omega / c$$

de l'onde évanescente (O. Costa de Beauregard, Ch. Imbert, J. Ricard [6]).

Nos calculs des paragraphes 3 et 4 restent applica-

bles, pour une telle expérience, à des petites vitesses de l'atome. En effet notons  $|\mathbf{P}, \chi_i\rangle$  et  $|\mathbf{P}', \chi_f\rangle$  l'état initial et l'état final de l'atome que nous supposons être des vecteurs propres de l'opérateur impulsion, les symboles  $\chi_i$  et  $\chi_f$  (i pour initial, f pour final) désignant les autres caractéristiques de l'état de l'atome, qui étaient seules à intervenir dans le cas de l'atome immobile. Dans les calculs des paragraphes 3 et 4, en écrivant la position d'un électron sous la forme  $\mathbf{r}_G + \mathbf{r}$ , où  $\mathbf{r}_G$  est la position du centre de l'atome, la seule modification provient de l'apparition d'un opérateur  $e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}_G}$  qui agit sur l'état  $|\mathbf{K}, \chi_i\rangle$ .

Pour  $\theta < \theta_c$ , l'onde transmise est homogène et

$$e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}_G} |\mathbf{P}, \chi_i\rangle = |\mathbf{P} + \hbar\mathbf{K}, \chi_i\rangle. \quad (5.8)$$

Pour  $\theta > \theta_c$ , l'onde transmise est évanescente et, si nous adoptons l'hypothèse de O. Costa de Beauregard selon laquelle l'impulsion absorbée par l'atome correspond à la partie réelle du vecteur d'onde complexe  $\mathbf{K}$ , on a :

$$e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}_G} |\mathbf{P}, \chi_i\rangle = |\mathbf{P} + \hbar\mathbf{K}_{\parallel}, \chi_i\rangle. \quad (5.9)$$

Dans le calcul de la probabilité d'absorption, le produit scalaire  $\langle \mathbf{P}' | \mathbf{P} + \hbar\mathbf{K}_{\parallel} \rangle$  fera donc intervenir la conservation de l'impulsion, et la seule modification apportée par le mouvement de l'atome à nos résultats sera donc la modification (5.6) de la pulsation du mode triplet absorbé.

### 5.3 ABSORPTION ET ÉMISSION DU TYPE CERENKOV. —

On peut se demander, compte tenu de la relation (5.5), quel serait le type d'interaction de l'atome avec le champ électromagnétique au voisinage du dioptre si sa vitesse était égale ou supérieure à  $c/n_0 \sin \theta$ . La figure 14 nous suggère la réponse à donner à cette question. Lorsque  $v \geq c/n_0 \sin \theta$  le vecteur qui représente l'énergie-impulsion absorbée et dont l'origine M est sur le niveau fondamental  $E_1$  ne peut plus avoir son extrémité sur  $E_2$  mais seulement en N sur  $E_1$ . D'après (5.4) la condition nécessaire pour que ce type d'absorption, dans lequel l'atome reste dans l'état fondamental, puisse se produire est

$$v = \frac{\omega}{K_2} = \frac{c}{n_0 \sin \theta}. \quad (5.12)$$

De même, dans le cas de l'émission, pour toutes les valeurs de  $v$  appartenant à l'intervalle  $[c/n_0, c]$ , l'atome pourra émettre tous les modes dont la pulsation  $\omega$  vérifiera  $\omega = K_2 v$ . L'émission se fera sur un cône dont le demi-angle au sommet sera défini d'après (5.12) par

$$\cos(\mathbf{P} \cdot \mathbf{K}) = \frac{c}{n_0 v}. \quad (5.13)$$

Nous retrouvons le résultat que nous avons obtenu pour l'émission d'un mode évanescents par un électron en mouvement uniforme au voisinage d'un dioptre

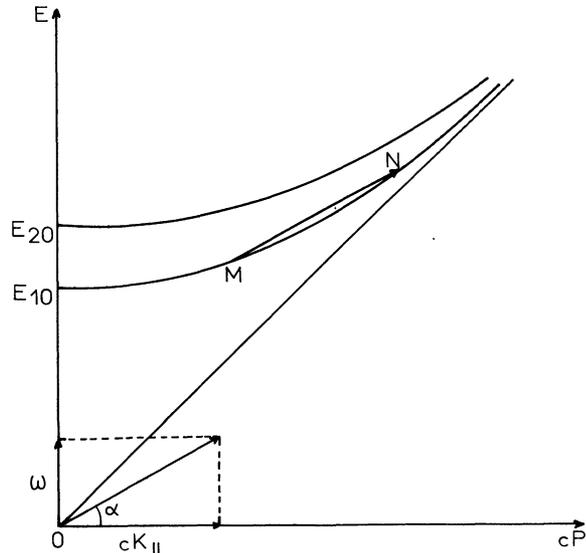


FIG. 14. — Absorption de type Cerenkov dans l'onde évanescence. Le point M correspond à l'état d'énergie-impulsion d'un atome animé d'une vitesse  $v = \omega/K_2$  dans le repère du dioptre.

(effet Cerenkov) : la lumière émise dans le diélectrique se répartit sur un demi-cône autour du faisceau d'électrons, la pulsation  $\omega$  des modes émis peut prendre toute valeur entre 0 et  $\infty$ , mais dans le repère de l'électron, comme ici dans le repère de l'atome, la pulsation de tous les modes triplets est nulle.

Si  $v > c/n_0 \sin \theta$  aucune absorption-émission de ce type n'est donc possible lorsque l'état initial de l'atome est l'état fondamental. Lorsque l'état initial est un état excité, nous aurons un processus d'absorption-émission inverse.

### 5.4 LA PARADOXALE ABSORPTION ÉMISSION INVERSE [6]. —

Dans le repère propre du dioptre l'atome, initialement dans l'état excité  $E_i = E_2$  absorbe un mode évanescents, augmente ainsi son énergie et son impulsion, et monte ainsi, comme il apparaît sur la figure 15, dans un état final qui est l'état fondamental  $E_f = E_1$ . De même, en inversant le processus, l'atome initialement dans l'état fondamental, descend dans l'état excité par émission d'un photon évanescents d'énergie  $\hbar\omega > 0$  et d'impulsion  $\hbar\mathbf{K}_{\parallel}$ .

Pour interpréter ce phénomène, considérons le cas de l'absorption. L'énergie et l'impulsion seront cette fois simultanément conservées si

$$E_{f0}^2 - E_{i0}^2 = E_{10}^2 - E_{20}^2 = 2 E_1 \hbar\omega \left( 1 - \frac{K_2 v}{\omega} \right) < 0$$

c'est-à-dire si

$$v > \frac{\omega}{K_2} = \frac{c}{n_0 \sin \theta}. \quad (5.14)$$

Cette condition permet de comprendre la transition étudiée : la relation (5.14) portée dans le groupe

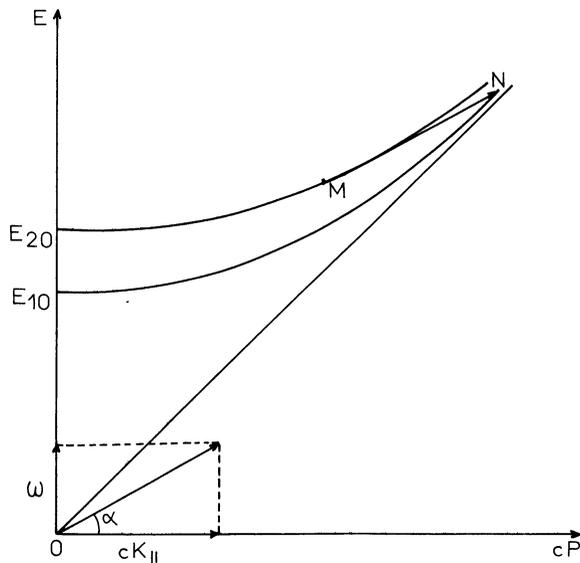


FIG. 15. — L'absorption *inverse* dans l'onde évanescente. Lorsque la vitesse de l'atome dans le repère du dioptre devient supérieure à  $v = \omega/K_2$  le processus d'absorption *inverse* devient possible.

d'éq. (5.1) montre que lorsque ce type d'absorption se réalise, l'énergie absorbée par l'atome dans son repère propre est négative. Dans ce repère, l'énergie de l'atome diminue donc et il devient alors logique de le voir par *absorption* tomber dans le niveau fondamental. Dans le repère de l'atome, l'absorption inverse s'interprète donc comme une émission. Nous retrouvons là l'interprétation donnée par G. Feinberg [8] aux échanges d'énergie négative et par O. Costa de Beauregard *et al.* [6] aux transitions dans l'onde de Fresnel : lorsque le quadrivecteur impulsion-énergie est du genre espace, les concepts d'absorption et d'émission deviennent relatifs. Expérimentalement parlant, la faible valeur de  $n_0 \sin \theta$  nécessite malheureusement des vitesses atomiques considérables, mais nous n'avons pas voulu exclure *a priori* la possibilité de ces transitions.

**6. Conclusion.** — La mise à l'épreuve expérimentale de nos calculs relatifs à un atome au repos relativement au dioptre permettrait d'approfondir la connais-

sance de l'onde évanescente de Fresnel et de ses états de polarisation.

L'étude de l'absorption d'une impulsion  $\hbar K_2$  supérieure à  $\hbar\omega/c$  a déjà fait l'objet de la part de O. Costa de Beauregard d'une proposition d'expérience utilisant des atomes de vitesse uniforme parallèle à la surface réfléchissante et réalisable dans le domaine hertzien. Elle est actuellement montée par S. Huard à l'institut d'Optique d'Orsay, sous la direction de C. Imbert.

Dans l'onde évanescente, le champ magnétique pour une onde T.E. et le champ électrique pour une onde T.M., sont polarisés dans le plan d'incidence, comme l'est une onde guidée (A. Kastler [3]). De plus, cette polarisation est elliptique, avec une composante perpendiculaire au dioptre anormalement grande  $\epsilon_{2z} = n_0 \sin \theta > 1$ . Les résultats les plus intéressants concernant cette polarisation particulière sont obtenus lorsque le champ magnétique statique est perpendiculaire au plan d'incidence. Nous notons en particulier :

- l'inégalité des probabilités d'absorption correspondant aux transitions  $\Delta M = +1$  et  $\Delta M = -1$ ,
- l'exaltation possible dans l'onde évanescente de l'une de ces deux transitions dont la probabilité devient alors supérieure à celle que l'on obtient lorsque l'onde transmise est homogène.

L'étude expérimentale de ces diverses prédictions sera possible dans le domaine hertzien avec un dispositif expérimental analogue à celui de S. Huard. Comme le prouve l'étude expérimentale réalisée pour des transitions dipolaires électriques dans le mode T.E. par C. K. Carniglia, L. Mandel et K. H. Drexhage [2], nos résultats peuvent conduire à des phénomènes observables dans le domaine optique.

Certains de nos résultats ne sont valables qu'au très proche voisinage du dioptre et pourront sans doute intervenir pour interpréter des phénomènes de surface.

**Remerciements.** — Nous tenons à remercier M. le Professeur O. Costa de Beauregard, qui a dirigé ce travail, pour les fructueuses discussions que nous avons eues avec lui.

#### Bibliographie

- [1] VIGOUREUX, J. M., PAYEN, R., *J. Physique* **35** (1974) 617-630.
- [2] CARNIGLIA, C. K., MANDEL, L., DREXHAGE, K. H., *J. Opt. Soc. Am.* **62** (1972) 479-486.
- [3] KASTLER, A., *C. R. Hebd. Séan. Acad. Sci.* **238** (1954) 669-671.
- [4] VIGOUREUX, J. M., *C. R. Hebd. Séan. Acad. Sci.* **274B** (1972) 57-60.
- [5] VIGOUREUX, J. M., *C. R. Hebd. Séan. Acad. Sci.* **275B** (1972) 227-230.
- [6] COSTA DE BEAUREGARD, O., IMBERT, C., RICARD, J., *Int. J. Theor. Phys.* **4** (1971) 125-140.
- [7] CARNIGLIA, C. K., MANDEL, L., *Phys. Rev. D* **3** (1971) 280-296.
- [8] FEINBERG, G., *Phys. Rev.* **159** (1967) 1089-1105.