解説

Zairyo-to-Kankyo, **40**, 498–505 (1991)

金属破面のフラクタル

松岡　三郎*

* 金属材料技術研究所

Fractal Character of Fracture Surfaces on Metals

Saburo Matsuoka*

* *National Research Institute for Metals*

In this review, the fractals in the fractography is described, using brittle fracture surfaces of chromium and molybdenum, and stress corrosion cracking surfaces of SNCM 439 steel. It is emphasized that the quantitative fractography at the atomic region is opened, combining scanning tunneling microscopy with fractal geometry.

Key words: metallic materials, fractal, scanning tunneling microscope, fractography, stress corrosion cracking, brittle fracture

1. はじめに

約15年前，B. B. Mandelbrot は "The Fractal Geometry of Nature" (フラクタル幾何学) を出版した[1]。簡単に彼の考えを述べると，フラクタル幾何学は特徴的な長さを持たない図形すなわちランダムなパターンを取り扱う。このような図形の特徴として，図形の一部を拡大すると，元の図形と同じになるという自己相似性すなわちフラクタル特性がある。図1はコッホ曲線で，フラクタル特性を説明する際によく用いられる。この曲線において，中央の大きな樹木状の形状と同じものは曲線のどの部分を拡大しても得られる。

表1には自然界においてフラクタル特性を有する現象についてまとめてある[1)~13)]。金属分野においては，樹枝状結晶成長[2),3)]をはじめ，破面形状[4)~10)]，すべり線パターン[11),12)]や腐食過程[13)]がフラクタル特性を有していることが明らかにされている。本解説では，フラクタル幾何学について簡単に述べるとともに，金属破面のフラクタルについてクロムとモリブデンのぜい性破面[8),9)]とSNCM 439 鋼の応力腐食割れ破面[10)]を例にして述べ

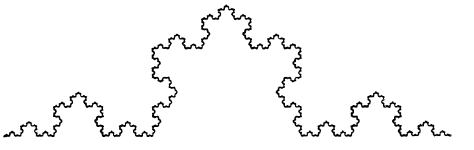


図1　コッホ曲線

表1　自然界のフラクタル

分　野	内　　容
地　学	海岸線，川，地震
生　物	肺，血管，脳の構造
宇　宙	星の空間分布，クレーターの直径分布，土星の輪
物理化学	ジョセフソン接合の電流・電圧特性，微粒子の凝集体，分子スペクトル
金　属	すべり変形，破面，腐食過程，金属葉，金属森，金属微視組織（マルテンサイト）

* 〒153 東京都目黒区中目黒 2-3-12 (2-3-12 Nakameguro, Meguro-ku, Tokyo, 153 Japan)

著者紹介：
岡山大学工学部機械工学科を卒業ののち，金属材料技術研究所に入所して以来，20年間金属破壊研究を一筋に行ってきたが，最近走査型トンネル顕微鏡やフラクタル幾何学を導入し，ようやく変身しつつある。現在はインテリジェント構造材料に挑戦を開始したが，これを成しとげることができるであろうかと毎日頭を悩ましている。

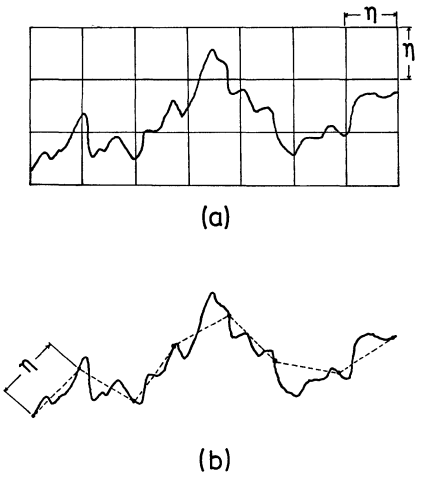


図2　フラクタル次元の求め方 (a) ボックス法，(b) 折れ線近似法

る。特に，クロムとモリブデンのぜい性破面の観察には走査型トンネル顕微鏡 (STM) を導入しているが，STM とフラクタル幾何学を結びつけることにより，原子レベルにおける定量的破面解析（フラクトグラフィ）が展開できることを示す。

2. フラクタル幾何学

フラクタル幾何学に関しては文献 1) と 2) の著書に詳しく述べられている。ここでは，本解説で破面のフラクタル次元を求める際に用いた3種類の方法について簡単に述べる。それぞれの方法に名前を付けているが，これは本解説を書くにあたり，便宜的に付けたもので，一般的な通称とはなっていない。

（1） ボックス法[2),8)]

図 2 (a) に示すように，対象とする図形または曲線に正方形の網目をかぶせる。破面の場合には，対象とする曲線として試験片縦断面上で得られる破面プロフィルを用いる。次に，曲線を含む正方形の個数 $N(\eta)$ を数える。この手順を正方形の一辺の基準長さ η を変えて行うと，フラクタル特性を有する曲線の場合には次式が成立する。

$$N(\eta)=C\eta^{-D} \qquad (1)$$

ここで，C と D は定数であり，特に D をフラクタル次元と呼ぶ。

ユークリッド幾何学で決定される n 次元空間を考えた場合，n と D の間には次式の関係がある。

$$n\leq D\leq n+1 \qquad (2)$$

そこで，ユークリッド幾何学において1次元では $1\leq D\leq 2$, 2次元では $2\leq D\leq 3$ のようになり，D は必ずしも整数値ではない。また，それぞれの場合，D が大きくなると，直線あるいは平面から離れ，凹凸が大きくなる。なお，式 (1) は1次元の場合に相当している。

（2） 折れ線近似法[1),2),5),10)]

図 2 (b) に示すように，対象とする曲線を基準長さ η を有する折れ線で近似する。曲線がフラクタル特性を有する場合には，折れ線の個数 $N(\eta)$ と η の間には式 (1) が成立する。さらに，式 (1) の両辺に η を掛けると，左辺の $\eta\times N(\eta)$ は折れ線の全体長さ $L(\eta)$ となるので，次式が導かれる。

$$L(\eta)=C\eta^{-D+1} \qquad (3)$$

この場合も1次元で，$1\leq D\leq 2$ となる。

（3） フーリエ法[2),4),8)]

図2に示すような曲線をフーリエ解析すると，パワースペクトル $S(k)$ と波数 k の関係が得られる。フラクタル特性が成立する場合，$S(k)$ を k の大きいほうから加算した値 $\sum S(k)$ と k の関係は次式で与えられる。

$$\sum S(k)=Ak^{2D-6} \qquad (4)$$

ここで，A は定数である。この場合は2次元の解析となっており，$2\leq D\leq 3$ となる。フラクタル幾何学では，上述のボックス法または折れ線近似法で求められる一次元の D 値の小数点以下の数値はフーリエ法で求められる二次元のそれに等しくなる。換言すると，式 (2) において $(D-n)$ 値は 0 と 1 の間となるが，それはユークリッド次元 n に依存しないことを意味する。

以上，破面プロフィルのフラクタル次元を求める3種類の方法について述べた。フラクタル幾何学の破面解析への適用で最も重要な点は，今まで不可能であった定量的評価が行えることである。以下では，この点についてクロムとモリブデンのぜい性破面[8),9)] と SNCM 439 鋼の応力腐食割れ破面[10)]を例にして述べる。

3. ぜい性破面のフラクタル

従来から，破面観察は主に走査型電子顕微鏡 (SEM) を用いて行われているが，観察倍率は1万倍オーダである。一方，最近開発された走査型トンネル顕微鏡 (STM) は原子像を見ることが可能である。ここでは，フラクタル幾何学に加え，STM を導入することにより，原子レベルにおける定量フラクトグラフィが可能であることをクロムとモリブデンのぜい性破面について示す。

3.1 STM 像

図 3 はクロムを室温でぜい性破壊して得た破面の SEM 像である。平坦な破面上にぜい性破壊を特徴づけるクリベイジステップ (Cleavage step) が形成されている。図4に示すように，クリベイジステップの形成は2種類あり，食違うき裂面が合体する場合（図 (a)）とき裂前縁がらせん転移と交差する場合（図 (b)）があることが知られている[14)]。図3で観察されたステップはき裂

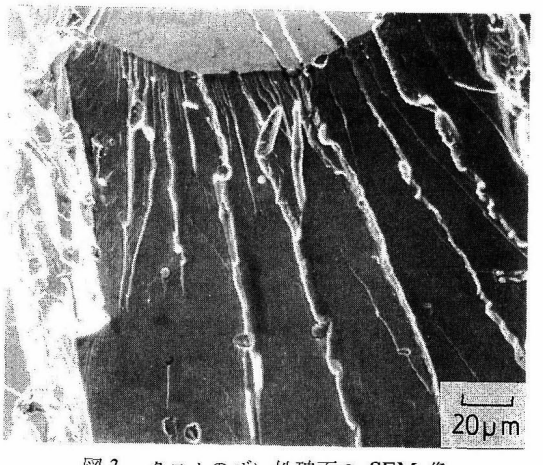


図3　クロムのぜい性破面の SEM 像

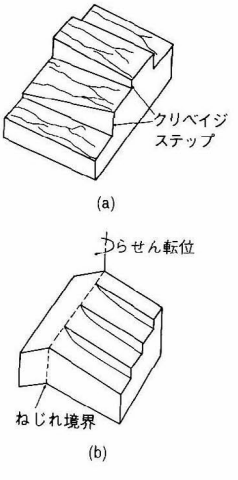


図4　クリベイジステップ形成の模型図

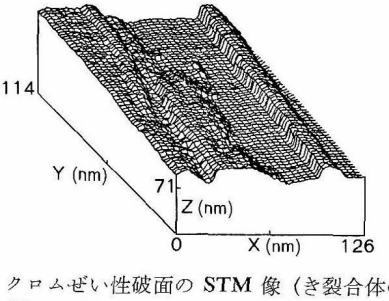


図5　クロムぜい性破面の STM 像（き裂合体の場合）

合体による典型的なものと考えられる。

図5と6には，図3でステップ間の平坦な部分を STM で観察した結果を示す。図3と5の倍率は3けた程度異なっているが，図5の STM 像においても引きさかれたようなステップが見られ，極めてミクロ領域にお

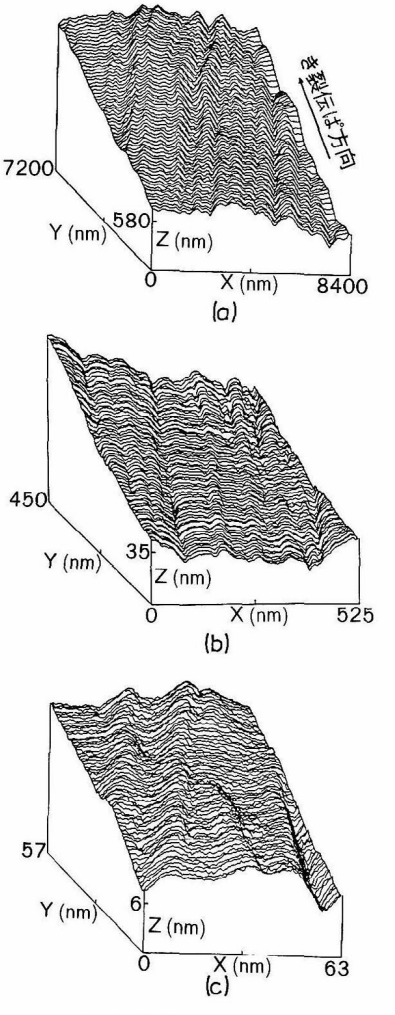


図6　クロムぜい性破面の STM 像（らせん転位の場合）

いてもき裂合体が起こっていることがわかる。

図6では，垂直分解能が高いという STM の特徴を生かし，Z 方向の感度を X と Y 方向の感度より約5倍高くして観察を行っている。そこで，図5に比べて図6ではさらに平坦な部分を観察しており，その面上の凹凸はらせん転位によるクリベイジステップと関係すると考えられる。また，図6の3つの STM 像の間では倍率がそれぞれ1けた程度異なっているが，互いによく似ており，定性的に自己相似性すなわちフラクタル特性が成立していることがわかる。

図7は −196°C でモリブデン単結晶をぜい性破壊し，その破面を STM で観察した結果である。図6のクロムに比べ，それぞれの STM 像間の倍率差は小さく，精密な観察となっている。また，図7(h) の X と Y 方向の走査範囲は約 50 個のモリブデン原子数に対応してい

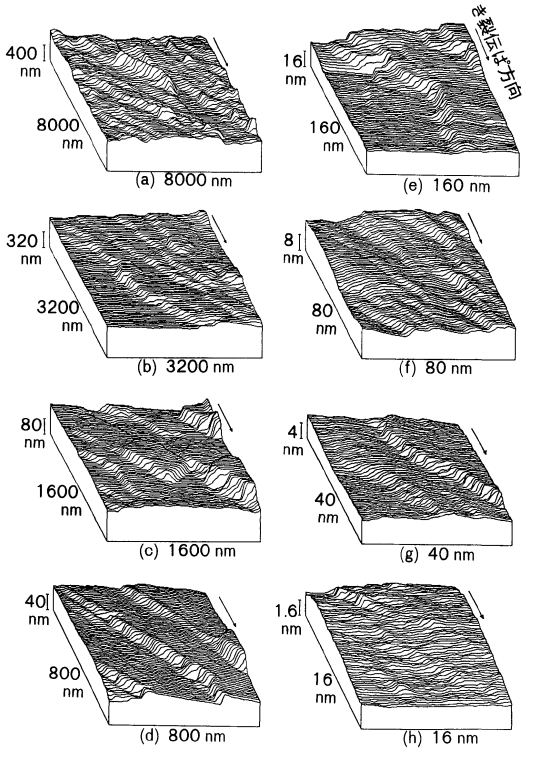


図 7　モリブデンぜい性破面の STM 像（らせん転位の場合）

る。モリブデンにおいては，図 5 のようなき裂合体によるクリベイジステップがミクロ領域で観察されず，図 7 のようならせん転移による破面のみが観察される。この場合にも自己相似性があり，図 7 (b) では四角形の凸部を持った特徴ある破面が形成されている。

3.2　フラクタル特性

上述したように，クロムとモリブデンのぜい性破面の STM 像は自己相似性すなわちフラクタル特性を有していることが定性的に明らかとなったが，ここではフラクタル幾何学により定量的に解析する。

図 8 にはクロムのぜい性破面の STM 像をボックス法で解析した例を示す。解析対象としては，図 6 (a) の STM 像において Y 方向に等間隔に離れた 8 本の破面プロフィルを選んである。$N(\eta)$ と η の関係は破面プロフィルの位置に依存せず，両対数がグラフ上で直線になっている。このことは式 (1) が成立していることを意味し，ぜい性破面はフラクタル特性を有していることになる。また，図 8 では直線の勾配がフラクタル次元 D となるが，この場合には $D=1.051$ である。

図 9 にはクロムとモリブデンのすべての STM 像において得られた D 値を X 方向走査範囲に対して示してある。黒抜き印は図 5 のき裂合体，白抜き印は図 6 や 7 の

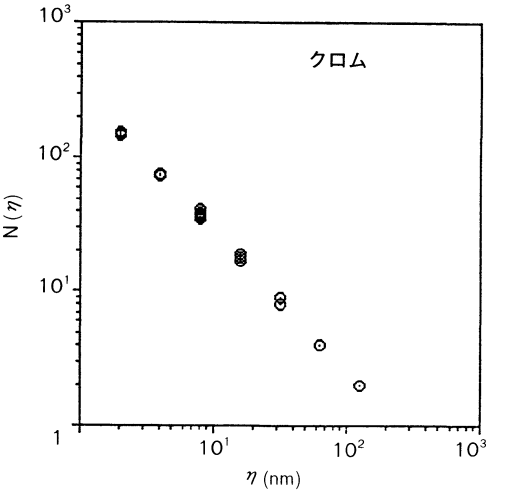


図 8　クロムぜい性破面の STM 像のボックス法によるフラクタル解析の例

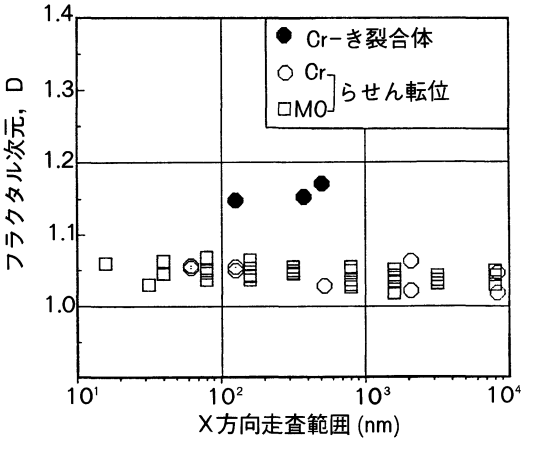


図 9　ボックス法によるフラクタル次元のまとめ

らせん転位によるクリベイジステップが形成される場合に対応している。らせん転位による場合，走査範囲（または倍率）が 2 けた以上変っても，クロムとモリブデンともに D 値はほぼ 1.05 となっている。このことはぜい性破面は極めてミクロ領域まで自己相似性が保たれていることを意味し，また図 4 (b) のらせん転位によるクリベイジステップの形成モデルから推測して，材料中の転位分布あるいはき裂先端での転位導入が自己相似的であることを暗示している。一方，図 9 の黒抜き印のき裂合体による場合には，D 値は約 1.16 と高くなり，観察範囲内ではフラクタル特性が成立している。

図 10 には上述のボックス法の結果を補足するために行ったフーリエ法の結果を示す。解析は図 6 のクロムぜい性破面の一連の STM 像で，それぞれ倍率の異なる STM 像の中央のプロフィルについて行ってある。式 (4)

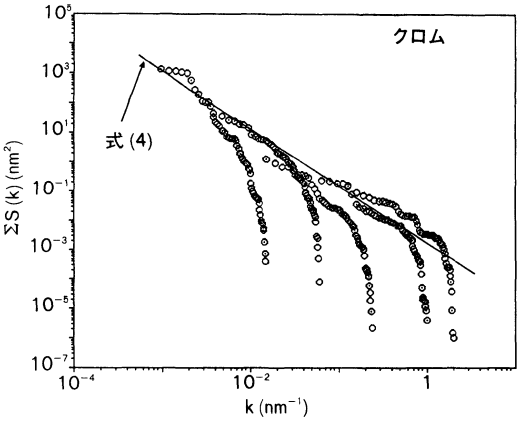


図10 クロムぜい性破面の STM 像のフーリエ法によるフラクタル解析の例

から，$\sum S(k)$ と k の関係は両対数グラフ上で直線となるが，図 10 の異なる倍率の STM 像から得られた結果は斜めの直線に漸近する傾向となっている。この直線は次のようにして決定している。前に述べたように，フーリエ法による 2 次元の D 値はボックス法による 1 次元の D 値に 1 を加えると得られる。そこで，図 6 の STM 像に対するボックス法の D 値は約 1.05 であるので，フーリエ法の D 値は約 2.05 になると予測できる。この値を式 (4) に代入し，図 10 中の直線を求めると，各倍率の STM 像に対する実験点とよく一致している。波数が大きい領域で両者が一致しなくなる理由は各 STM 像の分解能不足と雑音によっている。

このように，ぜい性破面は極めてミクロ領域までフラクタル特性を有していることがボックス法とフーリエ法を用いて明らかとなった。最終的目標としては，フラクタル幾何学により破壊メカニズムを説明できることである。次に，この点について述べる。

3.3 ぜい性破面の最小寸法

理論的にはフラクタル特性は無限小領域まで成り立つが，実際の現象では下限界が存在する。金属破面の場合には，下限界は少なくとも原子間距離以下にはならないと考えられる。実際には，図 7 のモリブデンの STM 像からわかるように，ぜい性破面上に明瞭なステップが形成されるのは図 (g) までで，図 (h) では大きなステップが見られない。したがって，図 (g) におけるステップ間の距離約 20 nm 以下になると，フラクタル特性は成立しなくなると考えられる。換言すると，モリブデンのぜい性破面は約 20 nm を最小寸法として積み上げられていることになり，このことは図 1 のコッホ曲線を参照すると容易に想像できる。同様な最小寸法は図 6 (c) のクロムのぜい性破面においても得られる。

この最小寸法は，図 4 (b) の模型図に示すように，らせん転位と関連するぜい性破面に対して得られた値である。そこで，ぜい性破壊時にき裂先端ですべり変形（すなわち転位射出）が起こると仮定すると，すべり変形における最小すべり間隔は約 20 nm であることが知られている[8),14)]。一方，き裂先端ですべり変形が起こらず，材料中に潜在していた転位が関係すると仮定すると，20 ×20 nm 領域内に 1 本の転位があることになり，転位密度は $2.5\times10^{11}/\mathrm{cm}^2$ となる。これは強変形された金属中の転位密度に等しい。

以上で述べたように，フラクタル幾何学と STM を組み合わせると，原子レベルにおけるフラクトグラフィが展開でき，さらにぜい性破面の最小寸法のような新しい知見が得られることも期待できる。また，STM 観察に関しては，すべり線[15)]，高温酸化層[16)] の観察，さらには 1% NaCl と 0.1% HNO_3 水溶液中における腐食挙動のその場観察[17),18)]が可能であることが実証されている。これらの材料損傷・劣化がフラクタル特性を有しているかどうかは不明であるが，少なくとも原子レベルでの研究は行うことができる。

4. 応力腐食割れ破面のフラクタル

旧オーステナイト粒径が異なる SNCM 439 鋼の応力腐食割れ破面について述べる[10)]。ここでは，STM を用いていないので，原子レベルの観察は行っていないが，き裂伝ぱ速度や粒界破面率とフラクタル特性の関係について述べる。

4.1 き裂伝ぱ速度と破面

図 11 に 3.5% NaCl 水溶液中で求めた SNCM 439 鋼における応力腐食割れ (SCC) のき裂伝ぱ速度 da/dt と応力拡大係数 K の関係を白抜き印で示す。SNCM 439 鋼の組織は焼きもどしマルテンサイトであるが，旧オーステナイト粒径 d を 12, 78, 172 μm と変えてある。$\mathrm{d}a/\mathrm{d}t-K$ 関係は通常の SCC き裂伝ぱ特性と同じであるが，d が小さいほど $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$ は加速している。

図 12 は試験後の試験片縦割り断面で観察した破面プロフィルである。$d=12\ \mu m$ の場合，図 (a) の低倍率観察ではき裂は直線的であるが，図 (b) の高倍率ではき裂はうねっている。一方，$d=172\ \mu m$ の場合，図 (c) の低倍率においてき裂のうねりが観察されるが，図 (d) の高倍率ではき裂は直線的になっている。また，図 (c) からはき裂が旧オーステナイト粒界に沿って伝ぱしていることがわかる。破面上で測定した粒界破面率 ϕ を図 11 に黒抜き印で示す。K が小さく，d が大きいほど ϕ は大きい。粒界破面以外の部分は主にディンプルから成る粒内破壊となっている。

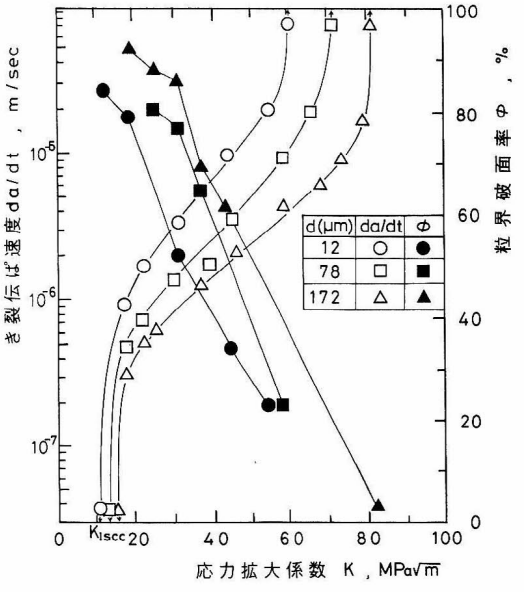


図11 SNCM 439 鋼の SCC き裂伝ぱ速度と応力拡大係数の関係

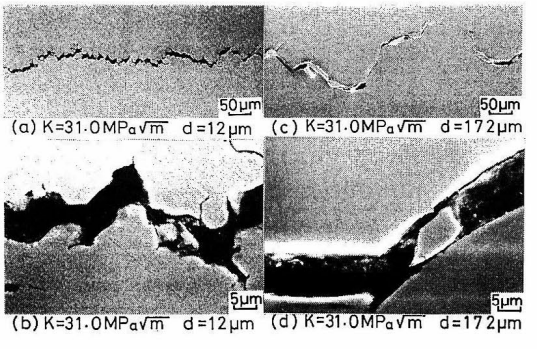


図12 SNCM 439 鋼の SCC 破面プロフィル。
(a) と (b) d=12 μm, (c) と (d) d=172 μm

4.2 フラクタル特性

図 12 に示すような試験片縦断面上の破面プロフィルを第 2 章で述べた折れ線近似法を用いてフラクタル解析すると，図 13 の結果が得られる。図 13 (a) の d=12 μm の場合，全体の破面プロフィル長さ $L(\eta)$ と基準長さ η の関係は観察倍率によらず，両対数グラフ上で同一傾向となっている。η が大きい a 領域では $L(\eta)$ は一定であり，写真上で解析した実寸法 L_0(=3.2 mm) に等しい。η が小さくなると，負の傾きを有する直線関係が成立する b と c 領域が出現する。図 (b) の d=78 μm の場合にも同様な傾向となるが，a, b, c 領域に対応する η 値は d=12 μm の場合に比べて大きく，また b 領域が狭くなっている。図 (c) の d=172 μm の場合には，b 領域が消滅し，a と c 領域のみになっている。

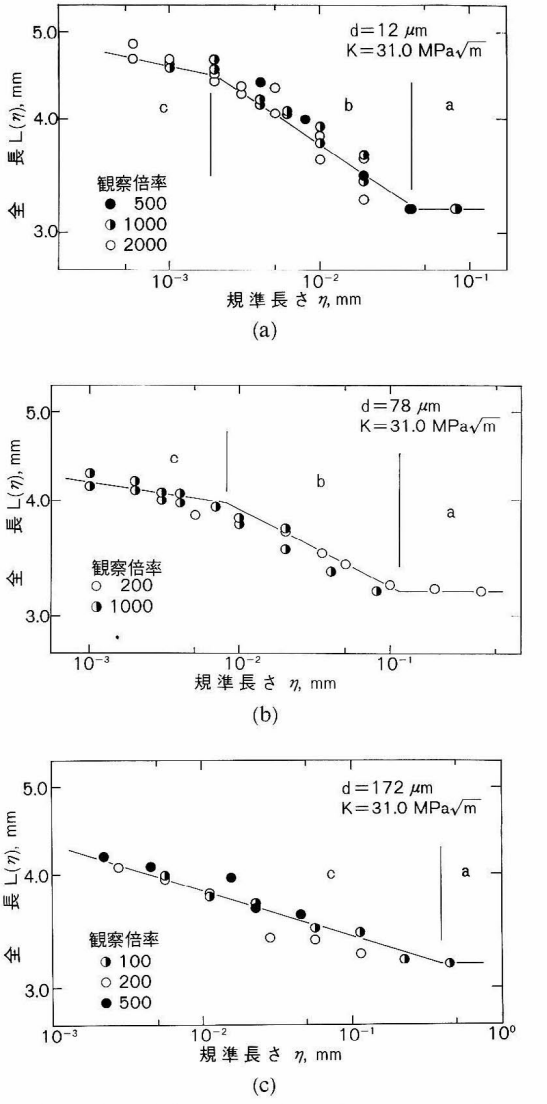
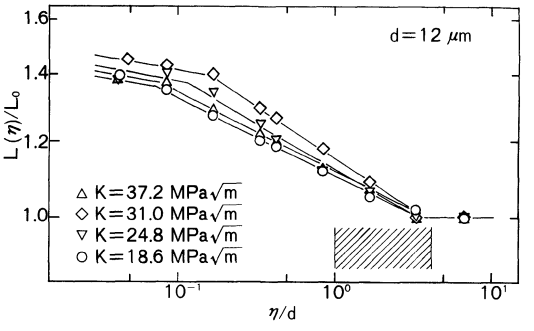


図13 SNCM 439 鋼の SCC 破面プロフィルの折れ線近似法によるフラクタル解析結果。
(a) d=12 μm, (b) d=78 μm, (c) d=172 μm

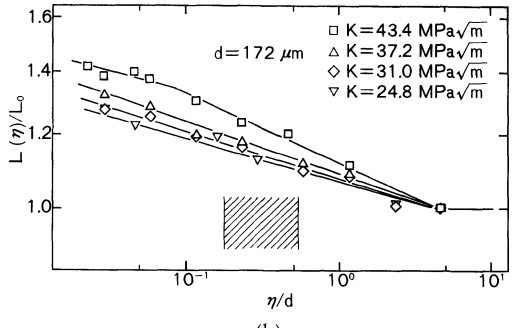
以上のことから，a 領域ではフラクタル解析を行うには基準長さ η が大きすぎることになる。一方，b と c 領域においては，両対数グラフ上で直線関係があり，式 (3) が成立していることから，SCC き裂はフラクタル特性を有していると言える。b 領域のフラクタル次元 D は約 1.10, c 領域のそれは約 1.05 である。このように，異なるフラクタル領域が出現するのは破壊様相と関係することが報告されているが[6]，ここの SCC の場合はき裂先端の塑性域寸法と粒径の大小関係による。この点について次に述べる。

4.3 旧オーステナイト粒径とフラクタル特性

図 14 には，図 13 の d=12 と 172 μm の結果を解析



(a)



(b)

図14 SNCM 439 鋼の SCC 破面プロフィルにおける $L(\eta)/L_0$ と η/d の関係。(a) d=12 μm, (b) d=172 μm

範囲 L_0 と旧オーステナイト粒径 d で無次元化し，他の K レベルの結果も含めて示してある。$L(\eta)/L_0$ と η/d の関係は d と K の相違により多少の差はあるが，ほぼ同じような傾向となっている。このことは直観的には図12の写真上でも確かめられる。すなわち図 12 (b) と (c) では倍率が 10 倍異なっているが，それぞれの写真上の d=12 と 172 μm のき裂形態はよく似ている。したがって，SCC 破面の第一支配因子は粒径であると言える。

b と c 領域の出現は粒径 d とき裂先端の塑性域寸法 ω の大小関係で決まる。一般に，SCC き裂伝ぱは，まず塑性域境界に先行き裂が発生し，それが主き裂と合体しながら進行することが知られている[10]。そこで，図 15 に示すように，$\omega/d \leq 1$ の場合には粒界割れが支配的となり，$\omega/d \geq 1$ の場合には粒内割れが混在してくると考えられる。図 16 には粒界破面率 ϕ と ω/d の関係を黒抜き印で示すが，この関係は d に依存せず，上述の考え方が正しいことを示している。また，図 16 にはフラクタル次元 D と ω/d の関係を白抜き印で示してある。c 領域の D 値は ϕ に関係なくほぼ 1.05 である。b 領域は ϕ が 75% 以下になると出現し，その D 値は ϕ の減少とともにやや増加している。したがって，c 領域は粒界割れを反映しており，b 領域は粒内割れの混在とともに出現したと考えられる。

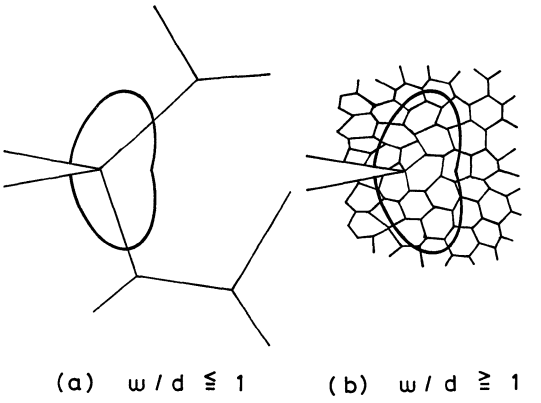


図15 SCC き裂先端における塑性域と粒界の関係

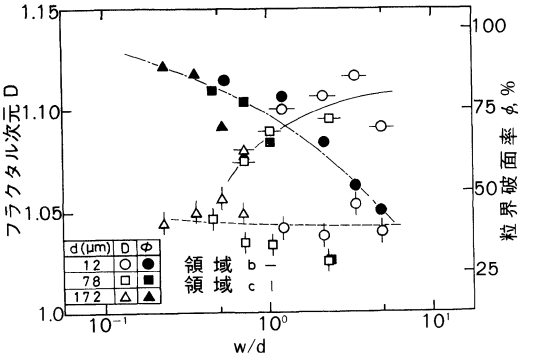


図16 SNCM 439 鋼のフラクタル解析のまとめ

4.4 き裂伝ぱ速度とフラクタル特性

最後に，SCC き裂伝ぱ速度をフラクタルの立場から検討してみる。図 14 中の斜線範囲はそれぞれ図中に示す K に対応して求められる ω/d の範囲である。d=12 μm より d=172 μm のほうが斜線の領域は小さい η/d 側となり，そのときの $L(\eta)/L_0$ は大きい。このことは，塑性域内の粒界で先行き裂が発生し，主き裂と合体することを考えると，d=172 μm のほうがき裂はまわり道をして進展していることを示している。一方，図 11 に示したき裂伝ぱ速度は開口ゲージを用いた弾性コンプライアンス法により求めているので，き裂がまわり道する影響は含まれていない。換言すると，図 11 の $da/dt-K$ 関係の d 依存性はまわり道効果を考慮することにより薄まることになる。

5. おわりに

本解説の中心となっているフラクタル幾何学は Mandelbrot が著書を出版してから 15 年程度しかたっていない。また，STM はフラクタル幾何学よりも若く，最近

市販品が売り出された状況である。しかし，本解説で述べたように，フラクタル幾何学と STM は材料損傷・破壊研究にとっては有力な武器となりえる可能性が大きく，今後この種の研究が発展することを期待する。

(1991 年 4 月 15 日受理)

文　献

1) B. B. Mandelbrot: "The Fractal Geometry of Nature", W. H. Freeman & Company (1977), 「フラクタル幾何学」(広中平祐監訳)，日経サイエンス社 (1985).
2) 高安秀樹:「フラクタル」，朝倉書店 (1986).
3) 松下　貢: 鉄と鋼, **76**, 1613 (1990).
4) B. B. Mandelbrot, D. E. Passoja & A. J. Panlly: *Nature*, **308**, 721 (1984).
5) E. E. Underwood & K. Banerji: *Mat. Sci. Eng.*, **80**, 1 (1986).
6) R. H. Dauskardt, F. Hanbensah & R. O. Ritthie: *Acta Metall. Mater.*, **38**, 143 (1990).
7) K. Ishikawa: *J. Mat. Sci. Lett.*, **9**, 400 (1990).
8) 松岡三郎，住吉英志，石川圭介: 日本機械学会論文集，**56**, 2091 (1990).
9) 住吉英志，松岡三郎，二瓶正俊: 日本機械学会講演論文集 (Vol. A), No. 900-59, 28 (1990).
10) 津田政明，広瀬幸雄，黒瀬雅詞，松岡三郎，黒部利次，田中啓介: 材料，印刷中.
11) T. Kleiser & M. Bocek: *Z. Metallkde*, **77**, 582 (1986).
12) K. Ishikawa, T. Ogata & K. Nagai: *J. Mat. Sci. Lett.*, **8**, 1326 (1989).
13) 増子　昇: 第 80 回腐食防食シンポジウム資料, 1 (1989).
14) J. R. Low Jr.: *Progress Material Science*, **12** [1] 68 (1963).
15) 松岡三郎: 鉄と鋼, **75**, 1943 (1989).
16) 松岡三郎，升田博之，池田雄二，赤池和洋，越智保雄: 日本機械学会講演論文集 (Vol. A), No. 910-7, 22 (1991).
17) 升田博之，長島伸夫，松岡三郎: 同上，No. 910-7, 240 (1991).
18) 升田博之，松岡三郎，長島伸夫: 腐食防食 '91, 299 (1991).
19) H. P. van Leeuwen: *Eng. Fract. Mech.*, **9**, 291 (1977).