

do Carmo

**Differentialgeometrie
von Kurven und Flächen**

vieweg studium

Aufbaukurs Mathematik

Herausgegeben von Gerd Fischer

Albrecht Beutelspacher und Ute Rosenbaum

Projektive Geometrie

Manfredo P. do Carmo

Differentialgeometrie von Kurven und Flächen

Wolfgang Fischer und Ingo Lieb

Funktionentheorie

Wolfgang Fischer und Ingo Lieb

Ausgewählte Kapitel aus der Funktionentheorie

Otto Forster

Analysis 3

Manfred Knebusch und Claus Scheiderer

Einführung in die reelle Algebra

Ulrich Krengel

Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Ernst Kunz

Algebra

Reinhold Meise und Dietmar Vogt

Einführung in die Funktionalanalysis

Erich Ossa

Topologie

Alexander Prestel

Einführung in die mathematische Logik und Modelltheorie

Jochen Werner

Numerische Mathematik 1 und 2

Advanced Lectures in Mathematics

Herausgegeben von Gerd Fischer und Manfred Knebusch

Manfred Denker

Asymptotic Distribution Theory in Nonparametric Statistics

Francesco Guaraldo, Patrizia Macri und Alessandro Tancredi

Topics on Real Analytic Spaces

Heinrich von Weizsäcker und Gerhard Winkler

Stochastic Integrals

Jochen Werner

Optimization

Manfredo P. do Carmo

Differentialgeometrie von Kurven und Flächen

Dritte, durchgesehene Auflage

Mit 170 Abbildungen



Titel der englischen Originalausgabe:
Differential Geometry of Curves and Surfaces
© 1976 by Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey

Übersetzung: Professor Dr. Michael Grüter,
Universität des Saarlandes, Saarbrücken

1. Auflage 1983
- 2., durchgesehene Auflage 1992
- 3., durchgesehene Auflage 1993

Alle Rechte vorbehalten

© Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1993

Der Verlag Vieweg ist ein Unternehmen der Verlagsgruppe Bertelsmann International.



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Satz: Vieweg, Braunschweig

Gedruckt auf säurefreiem Papier

ISBN-13: 978-3-528-27255-5

e-ISBN-13: 978-3-322-85072-0

DOI: 10.1007/978-3-322-85072-0

Inhaltsverzeichnis

Vorwort des Herausgebers	VII
Aus dem Vorwort zur Originalausgabe	VIII
Vorwort des Autors zur deutschen Ausgabe	IX
1 Kurven	1
1.1 Einleitung	1
1.2 Parametrisierte Kurven	1
1.3 Reguläre Kurven. Bogenlänge	5
1.4 Das Vektorprodukt in $\mathbb{R}^3$	10
1.5 Die lokale Theorie von Kurven, die nach der Bogenlänge parametrisiert sind	14
1.6 Die lokale kanonische Form	22
1.7 Globale Eigenschaften ebener Kurven	25
2 Reguläre Flächen	42
2.1 Einleitung	42
2.2 Reguläre Flächen. Urbilder regulärer Werte	42
2.3 Parameterwechsel. Differenzierbare Funktionen auf Flächen	57
2.4 Die Tangentialebene. Das Differential einer Abbildung	68
2.5 Die erste Fundamentalform. Flächeninhalt	76
2.6 Orientierung von Flächen	84
2.7 Eine Charakterisierung kompakter orientierbarer Flächen	90
2.8 Eine geometrische Definition des Flächeninhalts	94
3 Die Geometrie der Gauß-Abbildung	98
3.1 Einleitung	98
3.2 Die Definition der Gauß-Abbildung und ihre fundamentalen Eigenschaften	98
3.3 Die Gauß-Abbildung in lokalen Koordinaten	113
3.4 Vektorfelder	131
3.5 Regelflächen und Minimalflächen	142
4 Die innere Geometrie von Flächen	164
4.1 Einleitung	164
4.2 Isometrie. Konforme Abbildungen	165
4.3 Der Satz von Gauß und die Verträglichkeitsbedingungen	175

4.4 Parallelverschiebung. Geodätische	181
4.5 Der Satz von Gauß-Bonnet und seine Anwendungen	202
4.6 Die Exponentialabbildung. Geodätische Polarkoordinaten	219
4.7 Weitere Eigenschaften von Geodätischen. Konvexe Umgebungen	231
Anhang: Beweise der Fundamentalsätze der lokalen Kurven- und Flächentheorie	241
Hinweise und Lösungen	246
Kommentiertes Literaturverzeichnis	259
Namen- und Sachwortverzeichnis	261

Vorwort des Herausgebers

Die elementare Differentialgeometrie ist ein besonders reizvolles Thema für eine Vorlesung im Anschluß an die einführenden Kurse in linearer Algebra und Analysis. Hier kann man die geometrische Vorstellung entwickeln und die erlernten Techniken anwenden. Es wäre schön, wenn die vorliegende deutsche Übersetzung aus der englischen Version (von ursprünglich auf portugiesisch verfaßten Vorlesungsausarbeitungen) mit dazu beitragen könnte, die Beliebtheit der Theorie von Kurven und Flächen bei Dozenten und Studenten so zu steigern, wie es ihr gebührt.

Die Übersetzung ist dem Umfang einer einsemestrigen Vorlesung angepaßt. Mit den klassischen Sätzen der Flächentheorie in Kapitel 4 wird einerseits ein gewisser Höhepunkt und Abschluß erreicht; andererseits wird durch die Art der Darstellung ein gutes Fundament für eine weiterführende Vorlesung über differenzierbare Mannigfaltigkeiten und Riemannsche Geometrie gelegt.

Dem Übersetzer, Herrn Michael Grüter, ist es gelungen, in Zusammenarbeit mit dem Autor manche Kleinigkeiten zu verbessern.

Düsseldorf, 1982

Gerd Fischer

Aus dem Vorwort zur Originalausgabe

Dieses Buch gibt eine Einführung in die Differentialgeometrie von Kurven und Flächen sowohl vom lokalen als auch vom globalen Standpunkt. Im Gegensatz zu manchen anderen Darstellungen werden ausgiebiger Hilfsmittel der linearen Algebra verwendet und es wird mehr Wert auf die grundlegenden geometrischen Tatsachen als auf den Formalismus gelegt.

Wir haben versucht, in jedem Kapitel des Buches einige einfache und grundlegende Ideen in den Mittelpunkt zu stellen. So entwickelt sich Kapitel 2 anhand des Begriffs einer regulären Fläche in $\mathbb{R}^3$ als Modell für den allgemeineren Begriff einer differenzierbaren Mannigfaltigkeit.

Kapitel 4 zeigt, wie sich die innere Geometrie der Flächen aus dem Begriff der kovarianten Ableitung entwickeln läßt; auch hier war es unsere Absicht, den Leser auf den allgemeineren Begriff eines Zusammenhangs in der Riemannschen Geometrie vorzubereiten.

Um ein angemessenes Gleichgewicht zwischen Ideen und Tatsachen zu erreichen, haben wir eine große Zahl von Beispielen ausgeführt und durchgerechnet. Zahlreiche Aufgaben geben dem Leser darüber hinaus Gelegenheit zur Übung. Manche Tatsachen der klassischen Differentialgeometrie sind in diesen Übungsaufgaben enthalten. Für die mit einem Stern versehenen Aufgaben werden am Ende des Buches Hinweise oder Lösungen gegeben.

Kenntnisse in linearer Algebra und Analysis werden vorausgesetzt. Während in der linearen Algebra die Grundbegriffe genügen, ist in der Analysis eine Vertrautheit mit der Differentialrechnung mehrerer Veränderlichen (einschließlich des Satzes über implizite Funktionen) erforderlich. Kenntnisse über Differentialgleichungen sind nützlich, aber nicht unbedingt erforderlich.

Rio de Janeiro

Manfredo P. do Carmo

Vorwort des Autors zur deutschen Ausgabe

The present book is a translation of "Differential Geometry of Curves and Surfaces" published originally by Prentice-Hall, Inc. in 1976. The German publishers felt it convenient to shorten somewhat the present edition by omitting Chap. 5 (Global Differential Geometry) and the Appendices to Chaps. 2 and 3 of the original edition. A few other changes were made to adapt the book to the needs of German students; in particular the "Bibliography and Comments" was entirely revised and updated.

The hard task of the translation was done by Dr. M. Grüter from the Mathematisches Institut der Universität Düsseldorf. I want to thank him for pointing out a number of corrections and suggesting some improvements to the text. Thanks are also due to the German Editor, Ulrike Schmickler-Hirzebruch, whose suggestions often anticipated my wishes.

I would like to use this opportunity to express my deep appreciation to various people, students and colleagues alike, who have throughout the years produced the long list of corrections that I incorporated in the present edition.

Rio de Janeiro, 1982

To Leny